

BAB I LINGKARAN

STANDAR KOMPETENSI : GEOMETRI DAN PENGUKURAN

4. Menentukan unsur, bagian lingkaran serta ukurannya

KOMPETENSI DASAR:

4.1 Menentukan unsur dan bagian-bagian lingkaran

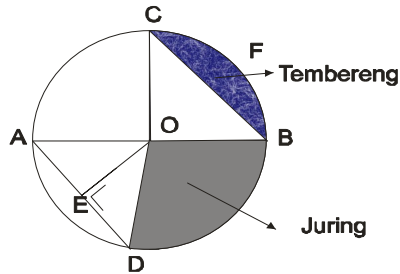
4.2 Menghitung keliling dan luas lingkaran

4.3 Menggunakan hubungan sudut pusat, panjang busur, luas juring dalam pemecahan masalah

4.4 Menghitung panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran

4.5 Melukis lingkaran dalam dan lingkaran luar suatu segitiga

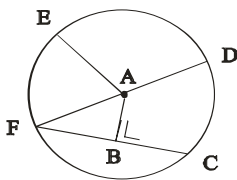
A. Unsur-unsur Lingkaran



- O = Pusat Lingkaran
- OA, OB, OD, OC = Jari-jari lingkaran (r)
- AD, BC = Tali Busur
- AB = Diameter (Tali busur yang melalui O)
- $\widehat{AC}, \widehat{BC}, \widehat{AD}, \widehat{BD}$ = Busur Lingkaran
- OE = Apotema
- Daerah OBD = Juring
- Daerah BFC = Tembereng

LATIHAN 1

1. Perhatikan gambar lingkaran berikut!



Dari gambar disamping, tentukan:

- | | |
|----------------|---------------|
| a. titik pusat | e. tali busur |
| b. jari-jari | f. tembereng |
| c. diameter | g. juring |
| d. busur | h. apotema |

2. Apa yang dimaksud dengan :

- | | |
|---------------|--------------|
| a. busur | d. tembereng |
| b. tali busur | e. juring |

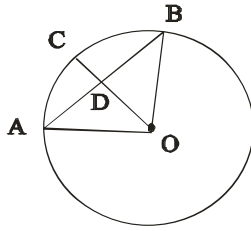
c. apotema

3. Gambarkanlah lingkaran yang memiliki panjang :

- a. jari-jari 3 cm
- b. diameter 5 cm
- c. jari-jari 4 cm dan tembereng dengan panjang tali busur 6 cm

4. Sebuah lingkaran dengan jari-jari 10 cm memiliki panjang tali busur 12 cm. Tentukan panjang apotema pada lingkaran tersebut!

5. Perhatikan gambar dibawah!



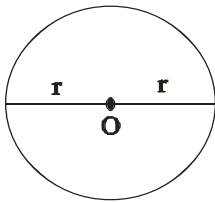
Jika panjang jari-jari lingkaran tersebut 15 cm dan panjang tali busur AB adalah 24 cm, tentukanlah :

- diameter lingkaran
- apotema OD
- garis CD

B. Keliling dan Luas lingkaran

Ringkasan Materi

1. Keliling lingkaran



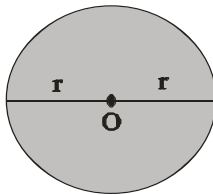
$(K) = \pi d$; dengan menggunakan diameter (d)

$(K) = 2\pi r$; dengan menggunakan jari-jari (r)

Catatan: $\pi = 3,14$; untuk **r** atau **d** bukan kelipatan 7 dan

$\pi = \frac{22}{7}$; untuk **r** atau **d** kelipatan 7

2. Luas lingkaran (L):



$L = \pi r^2$, dengan menggunakan jari-jari (r)

atau

$L = \frac{1}{4} \pi d^2$, dengan menggunakan diameter (d)

Contoh Soal:

- Sebuah lingkaran dengan diameter 14 cm.

Tentukan :

- Keliling Lingkaran
- Luas lingkaran

Jawab :

a. $K = \pi d$

$$K = \frac{22}{7} \times 14$$

$$K = 44$$

Jadi keliling lingkaran adalah 44 cm

b. $L = \frac{1}{4} \pi d^2$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 14^2$$

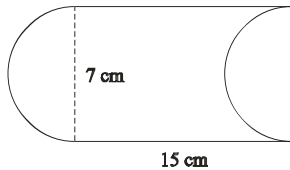
$$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 14^2$$

$$= 154$$

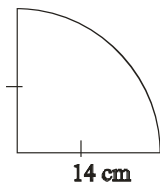
Jadi Luas lingkaran adalah 154 cm^2

LATIHAN 2

1. Hitunglah keliling lingkaran jika diketahui ukuran jari-jarinya adalah :
 - a. 6 cm
 - b. 7 cm
 - c. 8 cm
 - d. 9 cm
 - e. 10 cm
2. Hitunglah keliling lingkaran jika diketahui ukuran diameternya adalah :
 - a. 17 cm
 - b. 18 cm
 - c. 19 cm
 - d. 20 cm
 - e. 21 cm
3. Keliling sebuah taman berbentuk lingkaran adalah 110 m.
Tentukan :
 - a. jarak terjauh kedua ujung taman,
 - b. jarak dari titik tengah taman ke ujung taman.
4. Hitunglah keliling dari setiap bangun datar berikut!

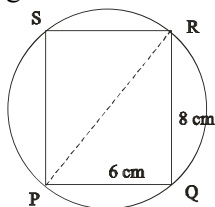


a.

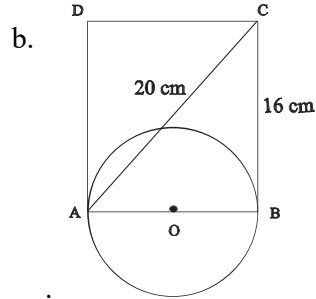


b.

5. Hitunglah keliling lingkaran kedua bangun berikut.



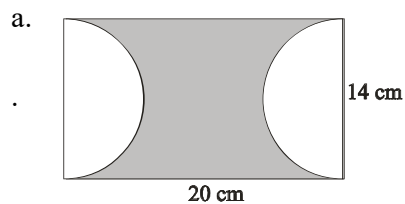
a.



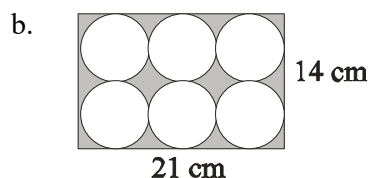
b.

6. Hitunglah luas lingkaran jika diketahui ukuran jari-jarinya adalah sebagai berikut.
 - a. 3 cm
 - b. 4 cm
 - c. 5 cm
 - d. 7 cm
 - e. 21 cm
7. Hitunglah luas lingkaran jika diketahui ukuran diameternya adalah sebagai berikut.
 - a. 12 cm
 - b. 14 cm
 - c. 16 cm
 - d. 20 cm
 - e. 18 cm

8. Luas suatu kebun yang berbentuk lingkaran adalah 15.400 m^2 .
Hitunglah:
 - a. jarak terjauh kedua ujung kebun tersebut,
 - b. jarak dari titik tengah kebun ke ujung lapangan,
 - c. keliling lapangan tersebut.
9. Hitunglah luas daerah yang diarsir berikut ini.

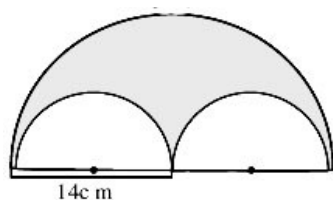


a.



b.

10. Perhatikan gambar berikut.



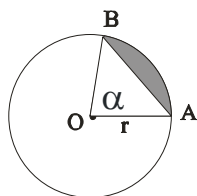
Dari gambar tersebut, tentukan:

- keliling bangun tersebut,
- luas daerah yang diarsir.

C. Menggunakan hubungan sudut pusat, panjang busur, luas juring dalam pemecahan masalah

Ringkasan Materi :

1. Hubungan antara sudut pusat, panjang busur, dan luas juring.

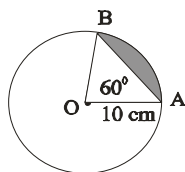


$$\frac{\text{Sudut Pusat } (\alpha)}{360^0} = \frac{\text{panjang busur AB}}{\text{keliling lingkaran}} = \frac{\text{luas juring OAB}}{\text{luas lingkaran}}$$

$$\text{Luas Tembereng AB} = \text{Luas Juring OAB} - \text{Luas Segitiga OAB}$$

Contoh :

Perhatikan Gambar berikut!



Hirunglah :

- panjang $\widehat{AB}$
- Luas juring OAB
- Luas Tembereng AB

Jawab :

$$\text{a. } \frac{\text{Sudut Pusat } (\alpha)}{360^0} = \frac{\text{panjang busur AB}}{\text{keliling lingkaran}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\alpha}{360^0} = \frac{\text{panjang } \widehat{AB}}{2\pi r}$$

$$\Leftrightarrow \text{panjang } \widehat{AB} = \frac{\alpha}{360^0} \times 2\pi r$$

$$\Leftrightarrow \text{panjang } \widehat{AB} = \frac{60^0}{360^0} \times 2 \times 3,14 \times 10$$

$$\Leftrightarrow \text{panjang } \widehat{AB} = \frac{1}{6} \times 62,8$$

$$\Leftrightarrow \text{panjang } \widehat{AB} = 10,47 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \frac{\text{Sudut Pusat } (\alpha)}{360^0} &= \frac{\text{luas juring OAB}}{\text{luas lingkaran}} \\ \Leftrightarrow \frac{\alpha}{360^0} &= \frac{\text{luas juring OAB}}{\pi r^2} \\ \Leftrightarrow \text{luas juring OAB} &= \frac{\alpha}{360^0} \times \pi r^2 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \text{luas juring OAB} = \frac{60^0}{360^0} \times 3,14 \times 10^2$$

$$\Leftrightarrow \text{luas juring OAB} = \frac{1}{6} \times 314$$

$$\Leftrightarrow \text{luas juring OAB} = 52,33 \text{ cm}^2$$

- c. Karena besar $\angle AOB = 60^0$ maka $\triangle AOB$ adalah segitiga sama sisi dengan panjang sisi 10 cm, sehingga :

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{2} \times \text{keliling segitiga} \\ &= \frac{1}{2} \times (a + b + c) \\ &= \frac{1}{2} \times (10 + 10 + 10) \\ &= \frac{1}{2} \times 30 \\ &= 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas } \triangle AOB &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{15(15-10)(15-10)(15-10)} \\ &= \sqrt{15(5)(5)(5)} \\ &= \sqrt{1.875} \\ &= 43,30 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

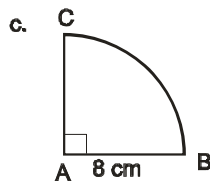
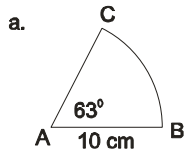
$$\text{Luas Tembereng AB} = \text{Luas Juring OAB} - \text{Luas Segitiga OAB}$$

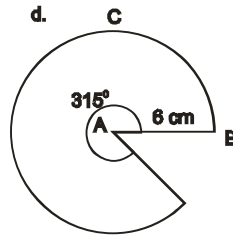
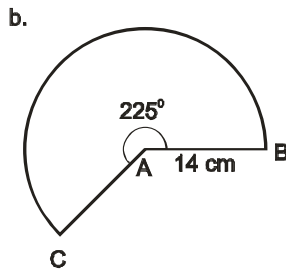
$$= 52,33 - 43,30$$

$$= 9,03 \text{ cm}^2$$

LATIHAN 3

1. Gunakan $\pi = \frac{22}{7}$. Hitung panjang busur BC pada setiap gambar berikut!

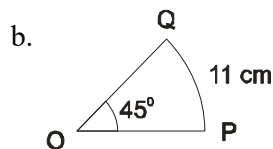
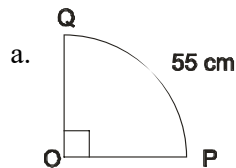




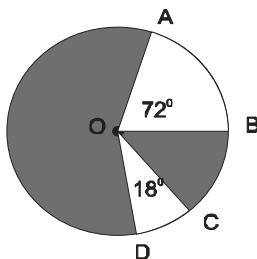
2. Diketahui sebuah lingkaran dengan jari-jari 10 cm dan $\pi = \frac{22}{7}$. Hitunglah besar sudut pusat yang sesuai jika panjang busur :

- a. 5,5 cm c. 22 cm
b. 11 cm d. 27,5 cm

3. Tentukan jari-jari dari setiap lingkaran O dengan panjang busur PQ seperti dibawah ini!



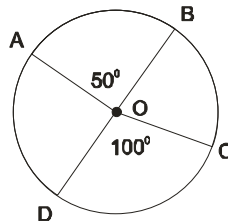
4. Titik O adalah titik pusat lingkaran dan titik-titik A,B,C dan D adalah titik-titik pada lingkaran. Jika panjang busur AB= adalah 44 cm, maka hitunglah :



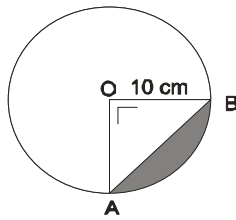
- a. panjang busur CD
b. luas juring OAB
c. luas juring OCD
d. luas daerah yang diarsir

5. Diketahui panjang busur $AB = 27\frac{1}{2} \text{ cm}$. Hitunglah :

- a. jari-jari lingkaran
b. Luas juring COD
c. Panjang busur BC
d. Luas juring BOC

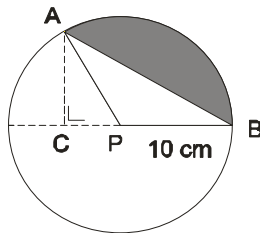


6. Lihat gambar!



- Luas juring AOB (kecil) =
- Luas segitiga AOB =
- Luas tembereng AB (kecil) yang diarsir =

7. Perhatikan gambar! Jari-jari 10 cm dan $\angle APB = 120^\circ$, $\pi = 3,14$.



- Hitung luas juring APB.
- $\angle APC = 60^\circ$; $\angle PAC = 30^\circ$, maka $PC = \frac{1}{2}PB = \dots$
- Dengan pythagoras pada $\triangle APC$, maka $AC = \dots$
- Hitung luas $\triangle APB$!
- Hitung luas tembereng AB (kecil) yang diarsir.

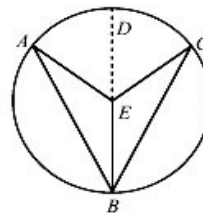
Ringkasan Materi

- Jika sudut pusat dan sudut keliling lingkaran menghadap busur yang sama maka besar sudut pusat adalah dua kali dari besar sudut keliling.

$$\angle AEB = 180^\circ - 2 \times \angle ABE$$

$$\angle CEB = 180^\circ - 2 \times \angle CBE$$

$$\begin{aligned} \angle AEC &= 360^\circ - (\angle AEB + \angle CEB) \\ &= 2 \times \angle ABC \end{aligned}$$



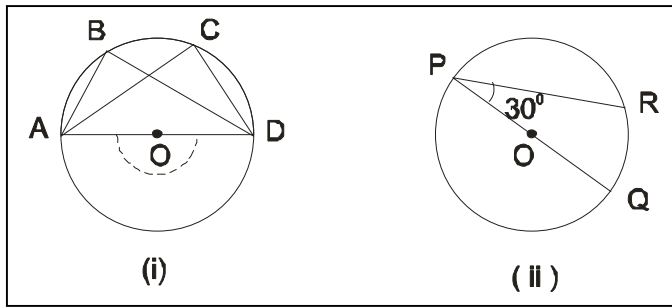
- Sudut keliling:

- Sudut keliling yang menghadap diameter lingkaran selalu membentuk sudut 90° atau sudut siku-siku.
- Semua sudut keliling yang menghadap busur yang sama memiliki besar sudut yang sama.
- Jumlah sudut keliling yang saling berhadapan sama dengan 180° .

LATIHAN 4

- Permukaan sebuah jam dinding berbentuk lingkaran. Berapakah besar sudut antara kedua jarum jam pada pukul :
 - 04.00
 - 07.00
 - 11.00
 - 10.30

2. Perhatikan gambar!



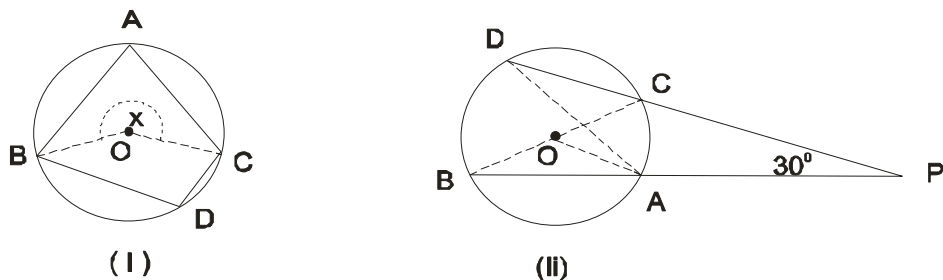
Perhatikan gambar (i).

- $\angle AOD = \dots\dots\dots$ (sudut pusat)
- $\angle ACD = \dots\dots\dots$ (sudut keliling)
- $\angle ABD = \dots\dots\dots$ (sudut keliling)
- Kesimpulan : Sudut keliling yang menghadap busur $\frac{1}{2}$ lingkaran adalah

3. Pada gambar (ii), $\angle QPR = 30^\circ$.

- $\angle PRQ = \dots\dots\dots$
- $\angle PQR = \dots\dots\dots$
- Buat ruas garis OR. Segitiga apakah $\triangle ORQ$?
- Bila jari-jari = 10 cm, hitung panjang QR!

Untuk soal nomor 4 dan 5 perhatikan gambar berikut!



4. Pada gambar (i), diketahui $\angle BAC = 64^\circ$

- | | |
|--|--|
| a. $\angle BOC = 2 \angle \dots = \dots^0$ | d. $\angle BAC + \angle BDC = \dots^0$ |
| b. $\angle x = 180^0 - \angle \dots = \dots^0$ | e. $\angle ABD + \angle ACD = \dots^0$ |
| c. $\angle BDC = \frac{1}{2} \angle \dots = \dots^0$ | f. $\angle BAC + \angle BDC = \angle \dots + \angle \dots$ |

5. Pada gambar (ii), diketahui $\angle AOC = 40^\circ$ dan $\angle P = 30^\circ$

- $\angle CDA = \angle \dots = \frac{1}{2} \angle \dots = \dots^0$
- $\angle PAD = \angle \dots = 180^0 - \dots^0 = \dots^0$

LATIHAN ULANGAN HARIAN

I. Pilihlah jawaban yang tepat!

1. Diameter adalah
 - a. tali busur yang melalui titik pusat
 - b. jarak dari titik pusat ke lengkungan lingkaran
 - c. garis lengkung dari satu titik ke titik lain pada lengkungan lingkaran
 - d. garis tegak lurus dari tali busur ke titik pusat

2. Jari-jari sebuah lingkaran memiliki panjang 35 cm. Keliling lingkaran tersebut adalah
 - a. 110 cm
 - b. 220 cm
 - c. 330 cm
 - d. 440 cm

3. Seutas kawat yang panjangnya 88 cm akan dibuat sebuah lingkaran. Jari-jari lingkaran kawat tersebut adalah
 - a. 7 cm
 - b. 14 cm
 - c. 21 cm
 - d. 28 cm

4. Dalam suatu perlombaan, seorang pembalap sepeda menempuh lintasan berbentuk lingkaran dengan jari-jari 500 m. Jika pembalap tersebut menempuh jarak 15.700 m maka jumlah putaran yang ditempuh pembalap tersebut adalah
 - a. 3
 - b. 4
 - c. 5
 - d. 6

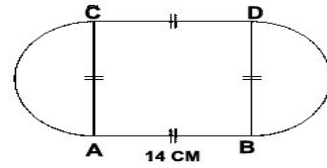
5. Sebuah roda berputar sebanyak 50 kali. Jika roda tersebut memiliki diameter 10 cm maka jarak yang ditempuh roda tersebut adalah
 - a. 157 cm
 - b. 1.570 cm
 - c. 15.700 cm
 - d. 157.000 cm

6. Luas sebuah lingkaran yang memiliki panjang diameter 20 cm adalah
 - a. 31,4 cm
 - b. 314 cm
 - c. 3.140 cm
 - d. 31.400 cm

7. Sebuah lingkaran memiliki luas 6.776 cm². Jari-jari lingkaran tersebut adalah
 - a. 21 cm
 - b. 28 cm
 - c. 35 cm
 - d. 49 cm

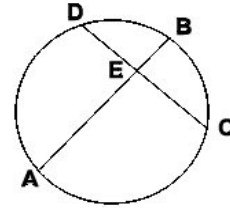
8. Luas bangun gambar di samping adalah ($\pi = \frac{22}{7}$)

a. 249 cm^2 c. 350 cm^2
b. 273 cm^2 d. 392 cm^2



9. Perhatikan gambar lingkaran di bawah ini! Diketahui panjang $EA = 18 \text{ cm}$, $EB = 3 \text{ cm}$, dan $EC = 9 \text{ cm}$. Panjang garis ED adalah

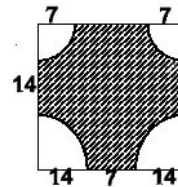
a. 5 cm c. $6,5 \text{ cm}$
b. 6 cm d. 8 cm



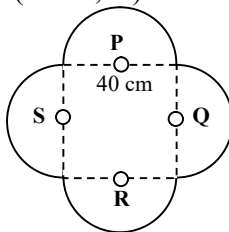
10. Perhatikan gambar di bawah ini!

Luas daerah yang diarsir adalah ...

a. 308 cm^2 C. 840 cm^2
b. 385 cm^2 D. $251,2 \text{ cm}^2$



11. Pada gambar di bawah menunjukkan empat buah busur setengah lingkaran yang besarnya sama berpusat di P, Q, R, dan S dengan diameter 40 cm . Luas daerah tersebut adalah... ($\pi = 3,14$)



A. 2.512 cm^2
B. 4.112 cm^2
C. 5.024 cm^2
D. 6.624 cm^2

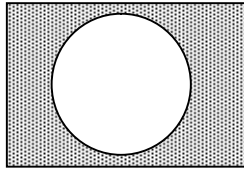
12. Dalam suatu taman berbentuk persegi, ditengahnya terdapat kolam berbentuk lingkaran dengan diameter 14 m . Apabila panjang sisi persegi itu 25 m , maka luas taman di luar kolam adalah...

A. 154 m^2
B. 471 m^2
C. 531 m^2
D. 616 m^2

13. Sebuah taman rumput berbentuk lingkaran dengan jari-jari 20 m , dan $\pi = 3,14$. Di dalam taman itu terdapat kolam berbentuk persegi panjang dengan ukuran $16 \text{ m} \times 12 \text{ m}$. Bila harga rumput Rp. $3.250,00$ per m^2 dan ongkos tukang Rp. $750.000,00$, maka biaya yang diperlukan untuk penanaman rumput adalah...

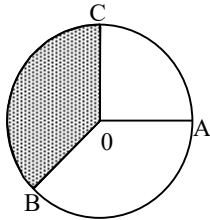
A. Rp $4.158.000,00$
B. Rp $4.208.000,00$
C. Rp $4.530.000,00$
D. Rp $4.832.000,00$

14. Perhatikan gambar ! Diketahui luas daerah yang diarsir pada gambar di samping adalah $334,96 \text{ cm}^2$ dan $\pi = 3,14$. Jika persegi panjang tersebut mempunyai panjang 28 cm dan lebar 16 cm. Maka jari-jari lingkaran berukuran...



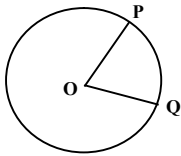
- A. 4 cm
- B. 4,5 cm
- C. 6 cm
- D. 6,5 cm

15. Diketahui sudut $\angle AOB = 120^\circ$, sudut $\angle BOC = 150^\circ$, dan luas juring $AOB = 51 \frac{1}{3} \text{ cm}^2$ dengan $\pi = \frac{22}{7}$. Luas juring BOC adalah...



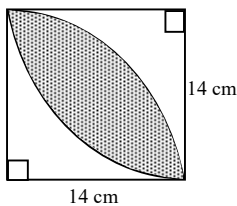
- A. $\frac{385}{3} \text{ cm}^2$
- B. $\frac{335}{3} \text{ cm}^2$
- C. $\frac{385}{6} \text{ cm}^2$
- D. $\frac{335}{6} \text{ cm}^2$

16. Diketahui keliling lingkaran 314 cm, besar $\angle POQ = 72^\circ$, dan nilai $\pi = 3,14$. Luas juring OPQ adalah...



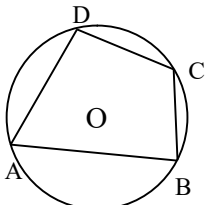
- A. 1470 cm^2
- B. 1570 cm^2
- C. 2570 cm^2
- D. 7850 cm^2

17. Perhatikan gambar di samping ! Garis lengkung merupakan busur lingkaran. Luas daerah yang diarsir adalah...



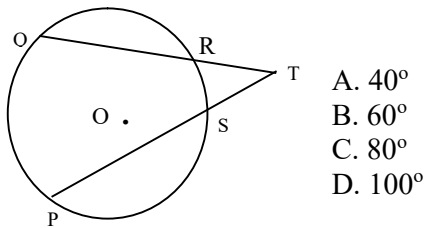
- A. 42 cm^2
- B. 56 cm^2
- C. 84 cm^2
- D. 112 cm^2

18. Diketahui segi-4 tali busur ABCD di samping, $\angle A = 82^\circ$, $\angle B = 87^\circ$, dan $\angle C = 98^\circ$. Besar $\angle D = \dots$



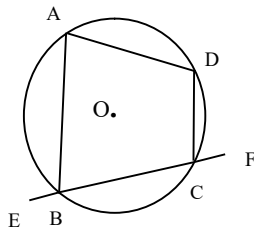
- A. 83°
- B. 93°
- C. 97°
- D. 107°

19. Titik-titik P, Q, R, dan S terletak pada lingkaran berpusat di O. Diketahui $\angle POQ = 120^\circ$, $\angle QOR = 60^\circ$, $\angle ROS = 40^\circ$. Besar $\angle RTS = \dots$



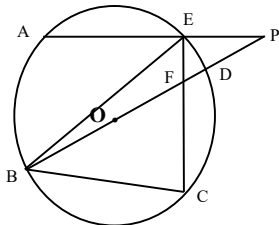
- A. 40°
- B. 60°
- C. 80°
- D. 100°

20. Perhatikan gambar ! Diketahui titik O adalah pusat lingkaran. $\angle BAD = 84^\circ$ dan $\angle ADC = 108^\circ$. Selisih antara $\angle ABE$ dan $\angle DCF$ adalah...



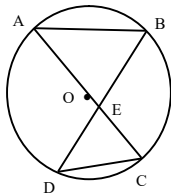
- A. 12°
- B. 24°
- C. 48°
- D. 60°

21. Perhatikan gambar! Diketahui titik O adalah pusat lingkaran . $\angle AEB = 36^\circ$, $\angle BFE = 102^\circ$, $\angle CBE = 44^\circ$, dan $\angle BCE = 74^\circ$. Besar $\angle APB$ adalah...



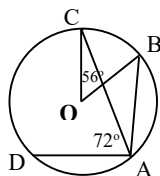
- A. 30°
- B. 28°
- C. 20°
- D. 18°

22. Pada gambar lingkaran di samping berpusat di O. Jika besar $\angle ABE = 75^\circ$ dan $\angle BDC = 40^\circ$, besar $\angle DEC$ adalah...



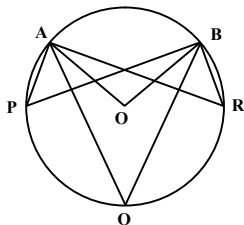
- A. 35°
- B. 65°
- C. 70°
- D. 115°

23. Berdasarkan gambar di samping, $\angle BOC = 56^\circ$. besar $\angle BAD$ adalah...



- A. 84°
- B. 90°
- C. 100°
- D. 128°

24. Perhatikan gambar dibawah! Bila diketahui $\angle APB + \angle AQB + \angle ARB = 144^\circ$ maka besar $\angle AOB$ adalah...

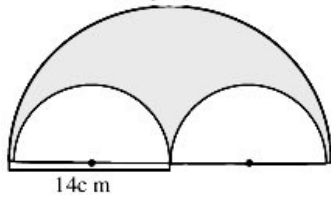


- A. 37°
- B. 48°
- C. 72°
- D. 96°

25. Diketahui sebuah $\triangle ABC$, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 7$ cm, dan $BC = 25$ cm. Panjang jari-jari lingkaran luar segitiga tersebut adalah...
- 8,0 cm
 - 12,5 cm
 - 16,0 cm
 - 25,0 cm

B. Kerjakanlah soal-soal berikut!

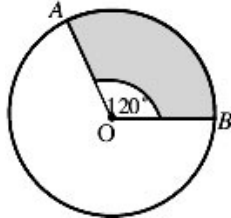
1. Perhatikan gambar berikut.



Dari gambar tersebut, tentukan:

- keliling bangun tersebut,
- luas daerah yang diarsir.

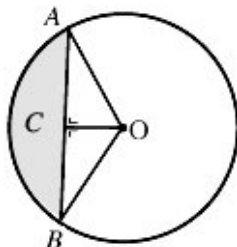
2. Perhatikan gambar berikut.



Jika jari-jari lingkaran tersebut adalah 10 cm maka tentukan:

- panjang busur AB,
- luas juring AOB.

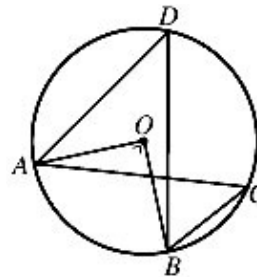
3. Perhatikan gambar berikut. Diketahui jari-jari lingkaran tersebut sama dengan 16 cm dan panjang AB sama dengan 28 cm.



Tentukan:

- diameter lingkaran,
- panjang garis apotema OC,
- luas juring AOB,
- luas segitiga AOB,
- luas tembereng yang diarsir.

4. Perhatikan gambar berikut.



Dari gambar di samping, tentukan:

- besar sudut AOB,
- besar sudut ADB,
- besar sudut ACB.

5. Perhatikan gambar berikut.

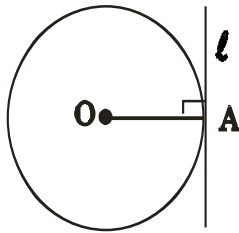
Jika besar sudut $BOC = 122^\circ$ dan sudut $AOD = 32^\circ$, tentukan:

- besar sudut AED,
- besar sudut BEC,
- besar sudut DEC,
- besar sudut AEB.

Ringkasan Materi

Garis Singgung Lingkaran.

A. Sifat-sifat Garis Singgung Lingkaran.



Perhatikan gambar disamping!.

a. OA = Jari-jari lingkaran

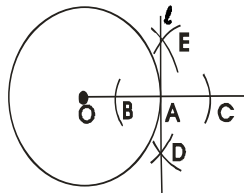
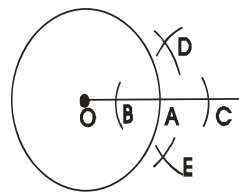
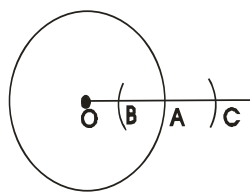
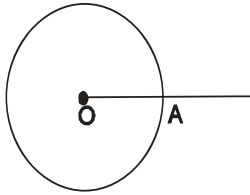
A = Titik Singgung

l = Garis Singgung Lingkaran

b. Garis singgung suatu lingkaran adalah suatu garis yang memotong lingkaran hanya pada satu titik.

c. Garis singgung suatu lingkaran tegak lurus dengan jari-jari lingkaran yang melalui titik singgungnya

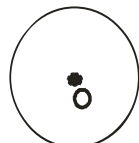
B. Melukis Garis Singgung Lingkaran



Langkah-langkah melukis garis singgung lingkaran:

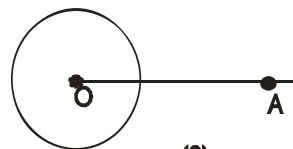
- Buat lingkaran dengan jari-jari OA , kemudian diperpanjang.
- Buat busur dengan pusat A , sehingga memotong di B dan C .
- Buat busur dengan pusat B dan C dengan jari-jari tetap, sehingga saling berpotongan di D dan E .
- Hubungkan D dan E , sehingga terbentuk garis singgung DE atau l

B. Melukis Garis Singgung Lingkaran yang Melalui Titik di Luar Lingkaran.

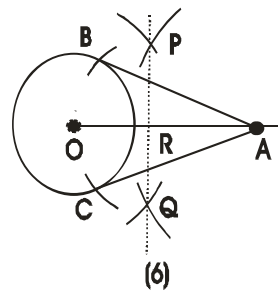
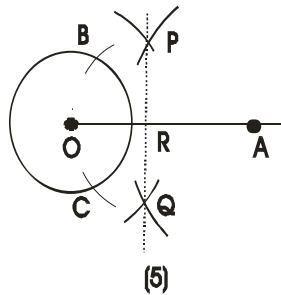
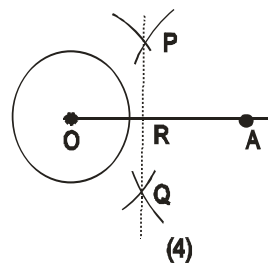
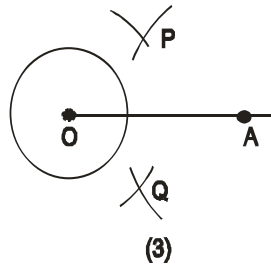


(1)

A



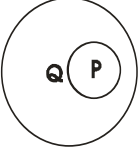
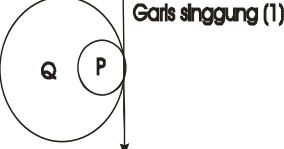
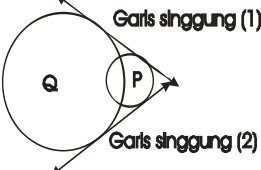
(2)

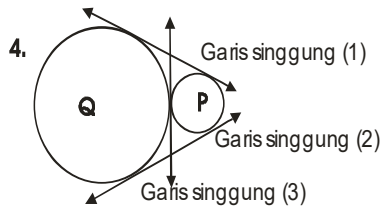


Langkah –langkah melukis :

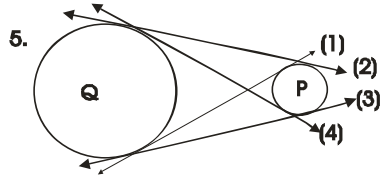
- 1) Buatlah lingkaran dengan pusat O dan titik A diluar lingkaran.
- 2) Hubungkan O dan A .
- 3) Lukislah busur lingkaran dengan pusat O dan A , sehingga berpotongsn di titik P dan Q .
- 4) Hubungkan titik P dan Q , sehingga memotong OA di R .
- 5) Lukislah lingkaran dengan pusat R dengan jari-jari OR , sehingga memotong lingkaran dengan pusat O di titik B dan C .
- 6) Hubungkan titik A dengan B dan titik A dengan C , sehingga garis AB dan AC adalah garis singgung lingkaran.

D. Mengenal Kedudukan Dua Buah Lingkaran .

1.  Lingkaran P berada didalam lingkaran Q dan tidak saling bersinggungan. Maka **tidak mempunyai** garis singgung persekutuan.
2.  Garis singgung (1)
Lingkaran P bersinggungan dengan lingkaran Q . Sehingga **mempunyai satu** garis singgung persekutuan.
3.  Garis singgung (1)
Garis singgung (2)
Lingkaran P saling berpotongan dengan lingkaran Q di dua titik persekutuan, sehingga **mempunyai dua buah** garis singgung persekutuan.



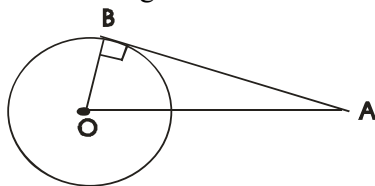
Lingkaran P bersinggungan diluar dengan lingkaran Q, sehingga **mempunyai tiga buah** garis singgung persekutuan.



Lingkaran P berada diluar lingkaran Q, sehingga **mempunyai empat buah** garis singgung persekutuan.

E. Panjang Garis Singgung Lingkaran dari Suatu Titik di Luar Lingkaran.

Perhatikan gambar berikut!



Menurut teorema Pythagoras:

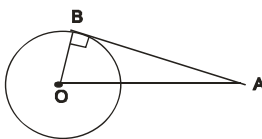
$$OA^2 = OB^2 + AB^2$$

Atau

$$OA = \sqrt{OB^2 + AB^2}$$

Pada gambar disamping panjang $OA = 13$ cm dan panjang jari-jari $OB = 5$ cm. Hitunglah panjang garis singgung AB !

Contoh :



Jawab:

$$OA^2 = OB^2 + AB^2$$

$$\Leftrightarrow AB^2 = OA^2 - OB^2$$

$$\Leftrightarrow AB = \sqrt{OA^2 - OB^2}$$

$$\Leftrightarrow AB = \sqrt{13^2 - 5^2}$$

$$\Leftrightarrow AB = \sqrt{169 - 25}$$

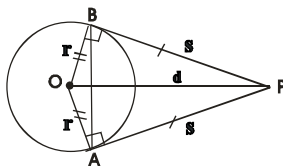
$$\Leftrightarrow AB = \sqrt{144}$$

$$\Leftrightarrow AB = 12$$

Jadi panjang garis singgung $AB = 12$ cm.

F. Layang-Layang Garis Singgung.

Perhatikan gambar berikut!



$$\text{Luas OAPB} = s \times r$$

$$\text{Keliling OAPB} = 2 \times (s + r)$$

$$\text{Panjang Tali Busur} = \frac{2 \times s \times r}{d}$$

Keterangan :

s = panjang garis singgung

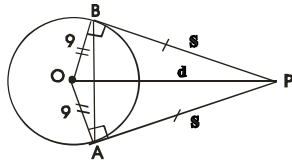
r = jari-jari lingkaran

d = jarak dari pusat lingkaran terhadap titik diluar lingkaran.

Contoh:

Sebuah layang-layang garis singgung luasnya 108 cm^2 , dengan jari-jari lingkaran 9 cm, hitunglah :

- panjang garis singgungnya.
- keliling layang-layang.
- jarak titik pusat lingkaran dengan titik diluar lingkaran.

Jawab :

$$\text{a. } L = s \times r$$

$$108 = s \times 9$$

$$s = \frac{108}{9}$$

$$s = 12$$

Jadi panjang garis singgungnya 12 cm

$$\text{b. } K = 2 \times (s + r)$$

$$= 2 \times (12 + 9)$$

$$= 2 \times 21$$

$$= 42$$

Jadi keliling layang-layang 42 cm.

$$\text{c. } d^2 = s^2 + r^2$$

$$= 12^2 + 9^2$$

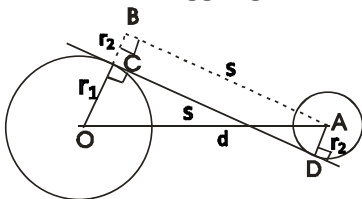
$$= 144 + 81$$

$$= 225$$

$$d = \sqrt{225}$$

$$d = 15$$

Jadi jaraknya 15 cm

G. Garis Singgung Persekutuan Dua Lingkaran.**1. Garis Singgung Persekutuan Dalam (s_d).**

Perhatikan gambar disamping!

Panjang garis singgung persekutuan

dalamnya dirumuskan :

$$s_d^2 = d^2 - (r_1 + r_2)^2$$

Keterangan :

s_d = garis singgung persekutuan dalam

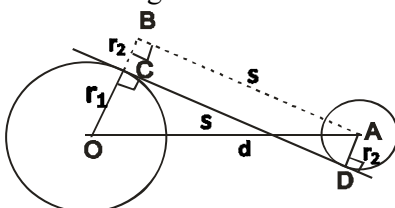
r_1 = jari-jari lingkaran 1

r_2 = jari-jari lingkaran 2

d = jarak antara kedua titik pusat lingkaran.

Contoh :

Perhatikan gambar dibawah ini !



Bila $AP = 4 \text{ cm}$, $OB = 2 \text{ cm}$ dan $OP = 10 \text{ cm}$, hitunglah panjang AB !

Jawab :

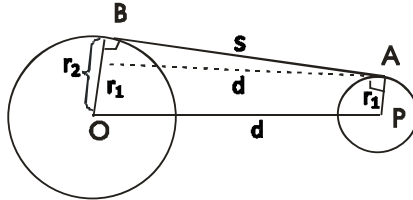
$$s_d^2 = d^2 - (r_1 + r_2)^2$$

$$AB^2 = OP^2 - (AP + OB)^2$$

$$\begin{aligned}
 AB^2 &= 10^2 - (4 + 2)^2 \\
 AB^2 &= 10^2 - 6^2 \\
 AB^2 &= 100 - 36 \\
 AB^2 &= 64 \\
 AB &= \sqrt{64} = 8 \\
 \text{Jadi panjang AB} &= 8 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

2. Garis Singgung Persekutuan Luar (S_L).

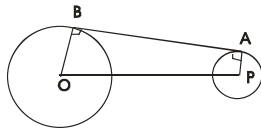
Dari gambar berikut ini AB adalah garis singgung persekutuan luar (S_L).



Untuk menghitung Garis Singgung Persekutuan Luar lingkaran digunakan rumus :

$S_L^2 = d^2 - (r_2 - r_1)^2$
$S_L = \sqrt{d^2 - (r_2 - r_1)^2}$

Contoh:



Dari gambar disamping, bila : $OB = 34$ cm dan $AP = 10$ cm. Bila jarak kedua pusat lingkaran (OP) = 40 cm, hitunglah panjang garis singgung persekutuan luar (AB)!

Jawab :

$$S_L = \sqrt{OP^2 - (OB - AP)^2}$$

$$S_L = \sqrt{40^2 - (34 - 10)^2}$$

$$S_L = \sqrt{40^2 - 24^2}$$

$$S_L = \sqrt{1600 - 576}$$

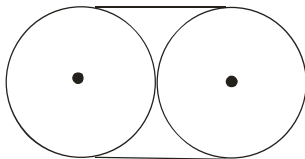
$$S_L = \sqrt{1024}$$

$$S_L = 32$$

Jadi panjang garis singgung persekutuan luar = 32 cm.

H. Panjang Sabuk Minimal Lilitan

Contoh :

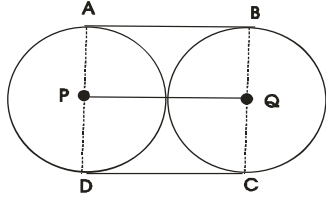


Gambar disamping adalah penampang dari 2 buah pipa yang berbentuk tabung dengan jari-jari 14 cm. Berapakah panjang tali minimal untuk mengikat 2 pipa tersebut!

Jawab :

Jari – jari = $r = 14$ cm,

$$\pi = \frac{22}{7}$$

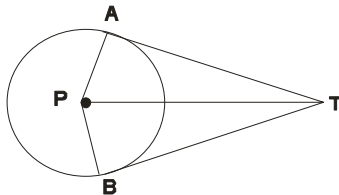


Panjang tali minimal
 $= AB + CD + \text{panjang busur AD} + \text{panjang busur BC}$
 $= (2 \times AB) + \text{Keliling lingkaran}$
 $= (2 \times PQ) + 2 \pi r$
 $= 2 \times (14 + 14) + (2 \times \frac{22}{7} \times 14)$
 $= 2 \times 28 + 88$
 $= 56 + 88$
 $= 144$

Jadi panjang tali minimal untuk mengikat 2 pipa tersebut = 144 cm.

LATIHAN SOAL

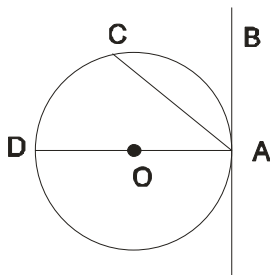
- Titik T terletak di luar lingkaran dengan pusat P dan berjari-jari 5 cm, sehingga $PT = 13$ cm.
 - Buat sketsa dari data tersebut.
 - Dengan teorema pythagoras hitung panjang garis singgung TA (A titik singgung).
- Panjang garis singgung MB (M titik singgung) pada lingkaran dengan titik pusat N dan jari-jari 6 cm adalah 10 cm.
Hitunglah panjang NB!
- Perhatikan gambar berikut:



Diketahui jari-jari = 6 cm, dan $\angle ATB = 60^\circ$.

- Hitung panjang PT
- Hitung panjang TA

- Perhatikan gambar berikut:



$\angle BAC = 70^\circ$ dan jari-jari lingkaran = 10 cm.
Hitung panjang busur DC!

- Diketahui dua buah lingkaran dengan pusat P dan Q, dengan panjang jari-jari masing – masing 5 cm dan 3 cm. Jika jarak PQ adalah 17 cm.
 - Hitung panjang garis singgung persekutuan luarnya.
 - Hitung panjang garis singgung persekutuan dalamnya.
- Diketahui dua buah lingkaran masing-masing dengan jari-jari 17 cm dan 25 cm, panjang garis singgung persekutuan luarnya 15 cm. Hitung jarak antara kedua pusat lingkaran tersebut!

7. Dua buah roda jarak pusatnya 12 cm. Jari-jari roda yang besar 8 cm dan yang kecil 2 cm. Jika kedua roda itu diputar bersamaan dengan menggunakan tali (kelinden), berapa panjang tali maksimal diperlukan? (hitung sampai cm terdekat, gunakan $\pi = 3,14$)

Ringkasan Materi

J. Lingkaran Dalam dan Lingkaran Luar Segitiga.

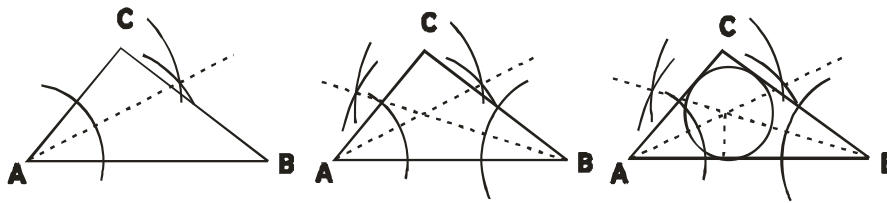
1. Lingkaran Dalam Segitiga

Lingkaran Dalam Segitiga adalah : lingkaran yang menyinggung sisi-sisi segitiga dibagian dalam.

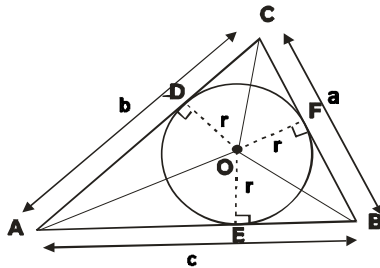
Pusat Lingkaran mempunyai jarak yang sama terhadap ketiga sisi segitiga, dan itu dapat diperoleh dari perpotongan garis-garis bagi segitiga.

Untuk menentukan Lingkaran Dalam Segitiga, caranya sebagai berikut:

- Bagilah dua sudut (misalnya $\angle A$ dan $\angle B$) menjadi dua sama besar.
- Tentukan titik O yang merupakan titik potong kedua garis bagi.
- Dari titik pusat O buatlah garis tegak lurus ($OD \perp AB$).
- OD adalah jari-jari lingkaran dalam segitiga ABC dengan O sebagai pusat lingkaran.



Dari lingkaran dalam segitiga dibawah ini:



$$\text{Keliling} = a + b + c$$

$$2s = a + b + c$$

$$L = \text{luas } \triangle ABC$$

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$L_{\triangle ABC} = L_{\triangle AOC} + L_{\triangle AOB} + L_{\triangle BOC}$$

$$= \left(\frac{1}{2} br\right) + \left(\frac{1}{2} cr\right) + \left(\frac{1}{2} ar\right)$$

$$= \frac{1}{2} r(a + b + c)$$

$$= \frac{1}{2} r \times 2s$$

$$= rs$$

Jadi panjang jari-jari lingkaran dalam

$$\text{adalah : } r = \frac{L}{s}$$

$$= \frac{1}{2} (a + b + c)$$

a,b,c = panjang sisi-sisi $\triangle ABC$

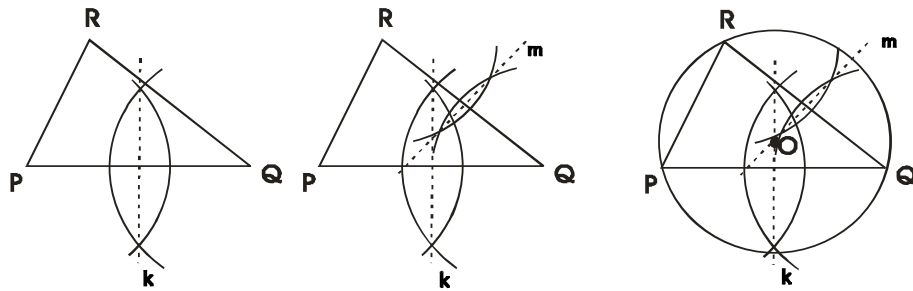
2. Lingkaran Luar Segitiga.

Lingkaran Luar Segitiga adalah *lingkaran yang melalui ketiga titik sudut segitiga*.

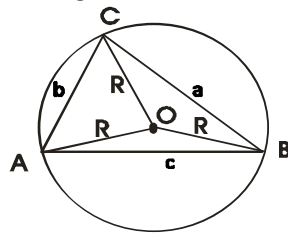
Pusat lingkaran harus berjarak sama terhadap ketiga titik sudut segitiga, oleh karena itu dapat diperoleh dari perpotongan garis-garis sumbu segitiga.

Untuk menentukan Lingkaran Luar Segitiga, caranya sebagai berikut:

- Buatlah garis yang tegak lurus pada sisi PQ dan melalui pertengahan sisi PQ, misalkan garis itu adalah k..
- Buatlah garis yang tegak lurus QR dan melalui pertengahan sisi QR, misalkan garis itu adalah m .
- perpotongan k dan m adalah titik pusat lingkaran luar segitiga PQR yaitu titik O.



Perhatikan gambar berikut!



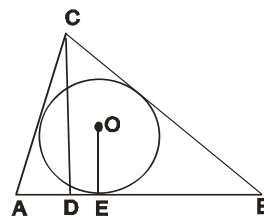
Panjang jari-jari lingkaran luar segitiga ABC adalah :

$$R = \frac{abc}{4L}$$

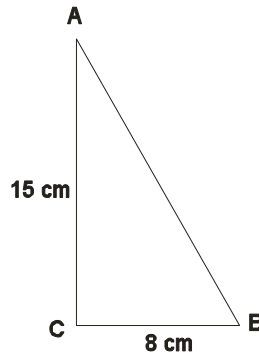
R = jari-jari lingkaran luar segitiga ABC

LATIHAN SOAL

- Perhatikan gambar dibawah ini!
Diketahui luas $\Delta ABC = 210 \text{ cm}^2$
Panjang OE = 6 cm, AC = 17 cm, dan BC = 28 cm.
Hitunglah :
a. Panjang AB
b. Panjang CD
- Luas segitiga ABC = 6 cm, sedangkan panjang jari-jari lingkaran dalamnya 1 cm.
Panjang AB = 3 cm dan BC = 4 cm. Hitunglah :
a. Panjang AC
b. Panjang jari-jari lingkaran luarnya.
- Jika luas segitiga ABC sama dengan kelilingnya. Hitunglah jari-jari lingkaran dalam segitiga ABC!



4. Diketahui segitiga ABC siku-siku di C dengan panjang $BC = 9$ cm dan $AC = 12$ cm. Jika ada sebuah lingkaran yang menyinggung tiap sisi segitiga ABC, hitunglah :
- Panjang sisi AB
 - Keliling segitiga ABC
 - Jari-jari lingkaran itu.
5. Perhatikan gambar berikut!
- Segitiga ABC siku-siku di C dengan panjang $BC = 8$ cm dan $AC = 15$ cm. Agar titik A, B, dan C terletak pada busur lingkaran, hitunglah panjang jari-jari lingkaran itu!



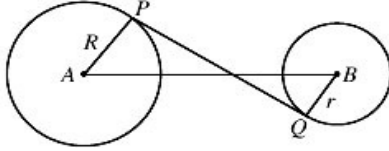
LATIHAN ULANGAN HARIAN

A. Pilihlah satu jawaban yang benar!

- Panjang jari-jari dua lingkaran masing-masing adalah 2 cm dan 10 cm. Panjang garis singgung persekutuan luarnya adalah 15 cm. Jarak kedua titik pusat lingkaran adalah
 - 13 cm
 - 17 cm
 - 23 cm
 - 17 cm
- Dua lingkaran berjari-jari 15 cm dan 9 cm. Jarak terdekat kedua sisi lingkaran tersebut adalah 16 cm. Panjang garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran tersebut adalah
 - 32 cm
 - 34 cm
 - 36 cm
 - 38 cm
- Perbandingan jari-jari dua lingkaran adalah 1 : 2. Panjang garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran tersebut adalah 12 cm dan jarak antara kedua pusatnya 15 cm. Panjang jari-jari masing-masing lingkaran adalah
 - 2 cm dan 4 cm
 - 3 cm dan 6 cm
 - 4 cm dan 8 cm
 - 5 cm dan 10 cm
- Diketahui dua lingkaran yang masing-masing berjari-jari r dan $r + 1$. Panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran tersebut adalah $3r$. Jika jarak kedua titik pusat lingkaran adalah 15 cm maka panjang r adalah

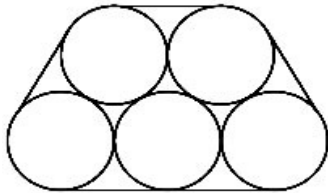
2. Dua lingkaran yang berpusat di P dan Q terpisah sejauh 25 cm. Panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran tersebut 34 cm. Jika diketahui jari-jari lingkaran dengan pusat P adalah 4 cm, hitunglah jari-jari lingkaran dengan pusat Q.

3. Perhatikan gambar berikut.



Panjang $PQ = 24$ cm, $AB = 30$ cm dan $AP = 10$ cm. Hitunglah perbandingan luas lingkaran yang berpusat di A dengan luas lingkaran yang berpusat di B.

4. Lima buah pipa disusun seperti gambar berikut.



Jika diameter pipa itu 20 cm, berapakah panjang tali minimal untuk mengikat lima pipa itu.

5. Panjang jari-jari dua lingkaran adalah 7 cm dan 3 cm. Jika panjang garis singgung persekutuan luarnya 15 cm maka tentukan
- jarak kedua pusat lingkaran;
 - panjang garis singgung persekutuan dalamnya.

BAB II BANGUN RUANG SISI DATAR

Materi Pokok :

Kubus , Balok , Limas dan Prisma tegak

Standar Kompetensi :

5. Memahami sifat-sifat kubus, balok , prisma dan limas serta bagian-bagiannya serta menentukan ukurannya.

Kompetensi Dasar :

- 5.1. Mengidentifikasi sifat-sifat kubus dan balok, prisma dan limas serta bagian-bagiannya.
- 5.2. Membuat jaring-jaring kubus dan balok.
- 5.3. Menghitung luas permukaan dan volum kubus dan balok.