

Pembahasan

$$K = \{ k, o, m, p, a, s \} \quad L = \{ m, a, s, u, k \}$$

$$K \cup L = \{ k, o, m, p, a, s, u \}$$

Diantara jawaban A, B, C, dan D yang memiliki anggota K = anggota K U L adalah opsi **A Kunci jawaban: A**

6. Jika $P = \{ \text{faktor dari } 10 \}$ $Q = \{ \text{tiga bilangan prima pertama} \}$ Maka $P \cup Q = \dots$
- A. $\{ 1, 2, 3, 4, 5, 7, 10 \}$ B. $\{ 1, 2, 3, 4, 5, 10 \}$
C. $\{ 1, 2, 3, 5, 7, 10 \}$ D. $\{ 1, 2, 3, 5, 10 \}$

Pembahasan

$$P = \{ 1, 2, 5, 10 \} \quad Q = \{ 2, 3, 5 \}, \text{ maka :}$$

$$P \cup Q = \{ 1, 2, 3, 5, 10 \}$$

Kunci jawaban: A

7. Diberikan $P = \{ 1, 2, 3, 9, 12, 13 \}$. Himpunan kelipatan 3 yang terdapat di P adalah...
- A. $\{ 9 \}$ B. $\{ 3, 9 \}$ C. $\{ 3, 9, 12 \}$ D. $\{ 3, 6, 9, 12 \}$

Pembahasan

Himpunan adalah kumpulan atau kelompok benda (objek) yang telah terdefinisi dengan jelas. Dari soal di atas, himpunan kelipatan 3 yang terdapat di P adalah $\{ 3, 9, 12 \}$.

Kunci jawaban: C

8. Diberikan $\{ 15, 4, 7, 6, 2 \} \cap \{ 2, 4, 6, 8 \} = \{ 4, x, 6 \}$, maka x adalah... (\cap dibaca irisan) A. 2 B. 4 C. 7 D. 8

Pembahasan

Operasi himpunan Irisan A dan B adalah himpunan yang anggotanya A sekaligus anggota B. Dengan kata lain, irisan himpunan A dan B adalah anggota yang terdapat di kedua himpunan tersebut. Pada soal di atas, kedua himpunan tersebut mengandung angka yang sama yaitu angka 2, 4, dan angka 6. Oleh karena itu jawaban x dari $(4, x, 6)$ adalah 2.

Kunci jawaban:

9. Jika $A = \{ 0, 1 \}$ maka $n(A) = \dots$
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Pembahasan

(A) adalah simbol dari kardinalitas atau banyaknya anggota suatu himpunan. Jadi banyaknya anggota suatu himpunan dari himpunan A adalah 2, yaitu 0 dan 1.

Kunci jawaban: A

10. Jika himpunan $A \cap B$ dengan $n(A) = 11$ dan $n(B) = 18$ maka $n(A \cap B) = \dots$

- A. 7 B. 11
- C. 18 D. 28

Pembahasan

$$n(A) = 11 \quad n(B) = 18$$

Setiap $A \cap B$ maka $A \cap B = A$ Sehingga $n(A \cap B) = n(A)$

$$n(A \cap B) = 11$$

Kunci jawaban: B

11. Coba kalian tentukan negasi dari beberapa pertanyaan di bawah ini:

- A. Kemarin Bandar Lampung hujan.
- B. Amir anak pintar.
- C. Kura-kura memiliki sayap.
- D. Guru SMA Taruna Jaya memakai batik pada hari Kamis.

Pembahasan:

Negasi adalah ingkaran atau dari sebuah pernyataan atau hal yang bertolak belakang dengan pernyataan tersebut, maka:

- A. Tidak benar bahwa kemarin Bandar Lampung hujan.
- B. Tidak benar bahwa Amir anak pandai.
- C. Tidak benar bahwa kura-kura memiliki sayap.
- D. Tidak benar bahwa guru SMA Taruna Jaya memakai batik pada hari Kamis.

12. Tentukanlah negasi dari pernyataan-pernyataan di bawah ini:

- A. p = Semua karyawan memakai seragam biru pada hari Jum'at.
- B. p = Semua murid mengikuti ujian nasional hari ini.
- C. p = Semua jenis ikan bernafas dengan insang.

Pembahasan:

Di dalam negasi, kata-kata "semua/setiap" diganti dengan kata "beberapa/ada" maka jawaban dari soal di atas adalah:

- A. $\sim p$ = Ada karyawan yang tidak memakai seragam biru pada hari Jum'at.
- B. $\sim p$ = Beberapa murid tidak mengikuti ujian nasional hari ini.
- C. $\sim p$ = Beberapa jenis ikan tidak bernafas dengan insang.

13. Amati pernyataan berikut ini:

p : Hari ini ahmad pergi ke toko buku

q : Hari ini ahmad pergi ke supermarket

Ubah kedua pernyataan diatas dengan logika matematika di bawah ini:

- A. $P \wedge q$
- B. $P \wedge \sim q$
- C. $\sim p \wedge q$
- D. $\sim p \wedge \sim q$

Pembahasan:

- A. Hari ini Ahmad pergi ke toko buku dan supermarket
- B. Hari ini Ahmad pergi ke toko buku dan tidak ke supermarket
- C. Hari ini Ahmad tidak pergi ke toko buku tetapi ke supermarket
- D. Hari ini Ahmad tidak pergi ke toko buku dan tidak ke supermarket

14. Gabungkanlah beberapa pernyataan di bawah ini dengan operasi disjungsi (atau):

- A. P: Rani pergi ke pasar
q: Rani menanak nasi
- B. p: Dani mengajar Bahasa Indonesia
q: Dani mengajar Matematika

Pembahasan:

- A. $p \vee q$ = Rani pergi ke pasar atau menanak nasi
- B. $p \vee q$ = Dani mengajar bahasa indonesia atau matematika

15. Tentukan konvers, invers dan kontraposisi dari pernyataan di bawah ini:

"Jika hari ini hujan maka Wayan mengendarai mobil"

Pembahasan:

Pernyataan di atas adalah implikasi $p \Rightarrow q$ sehingga:

- p: Hari ini hujan
- q: Wayan mengendarai mobil

Konvers dari pernyataan tersebut adalah $q \Rightarrow p$

"Jika Wayan mengendarai mobil maka hari ini hujan"

Invers dari pernyataan di atas adalah $\sim p \Rightarrow \sim q$

"Jika hari ini tidak hujan maka Wayan tidak mengendarai mobil"

Kontraposisi dari pernyataan tersebut adalah $\sim q \Rightarrow \sim p$

"Jika Wayan tidak mengendarai mobil maka hari ini tidak hujan"

16. Tentukan kesimpulan dari premis berikut:

- Premis 1 : Jika Panji rajin belajar maka ia lulus ujian
- Premis 2 : Jika Panji lulus ujian maka ia masuk universitas

Pembahasan:

Kita gunakan prinsip silogism

Premis 1 : $p \rightarrow q$

Premis 2 : $q \rightarrow r$

Kesimpulan : $p \rightarrow r$

Maka kesimpulannya adalah : "Juka Panji rajin belajar maka ia masuk universitas"

17. Tentukanlah kesimpulan dari dua buah premis berikut:

premis 1 : Jika harga BBM turun maka harga cabai turun

premis 2 : Harga cabai tidak turun

Pembahasan:

p: Harga BBM turun

q: Harga cabai turun

kita simpulkan dengan menggunakan modus Tollens

Premis 1 : $p \rightarrow q$

Premis 2 : $\sim q$

Kesimpulan : $\sim p$

Maka kesimpulan dari premis di atas adalah "Harga BBM tidak turun"

18. Gabungkan pasangan pernyataan-pernyataan berikut dengan menggunakan operasi disjungsi (ATAU) :

a) p : Ibu memasak ayam goreng

q : Ibu membeli soto babat di pasar

b) p : Pak Bambang mengajar matematika

q : Pak Bambang mengajar bahasa inggris

Pembahasan

a) p : Ibu memasak ayam goreng

q : Ibu membeli soto babat di pasar

$p \vee q$: Ibu memasak ayam goreng atau membeli soto babat di pasar.

b) p : Pak Bambang mengajar matematika

q : Pak Bambang mengajar bahasa inggris

$p \vee q$: Pak Bambang mengajar matematika atau bahasa inggris.

19. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$; matriks $B = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}$;

dan matriks $C = \begin{pmatrix} -8 & a \\ b & -14 \end{pmatrix}$, berapakah nilai a dan b yang memenuhi persamaan $A + 3B = C$

- A. 2 dan 4
- B. -2 dan 4
- C. -8 dan -14
- D. 8 dan 14

Jawaban :

$$A + 3B = C$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 7 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & a \\ b & -14 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 7 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -12 & 3 \\ 6 & -21 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4-12 & -1+3 \\ -2+6 & 7-21 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 2 \\ 4 & -14 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Didapat $a = 2$, dan $b = 4$.

Maka jawabannya adalah A.

20. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & -x \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$ adalah matriks singular, tentukan nilai $x =$

- A. -5 B. -4 C. -3 D. 3

Jawaban :

Karena matriks A adalah matriks singular, maka $\text{Det}(A) = 0$.

$$\begin{aligned} |A| &= ad - bc = 0 \\ &= 3 \cdot 8 - (-x) \cdot 6 = 0 \\ &= 24 + 6x = 0 \\ &= 24 = -6x \end{aligned}$$

$$= x = - \text{---} = -4$$

Maka jawabannya adalah B.

21. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$ jika $M = A + B$, maka tentukan invers dari $M^{-1} = \dots$

A. $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3\frac{1}{2} & 4 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -7 & 8 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 7 & -8 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -7 & -8 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$

Jawaban :

$$M = A + B$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$M^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{(2)(8) - (7)(2)} \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{16-14} \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -7 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -7 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

22. Jika $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ dan $AB^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ maka matriks $A = \dots$

A. $\begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 13 & 23 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 9 & 23 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} 9 & 5 \\ 12 & 3 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 9 & 13 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 13 & 5 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$

Jawaban :

$$AB^{-1} = C$$

$$A = C.(B^{-1})^{-1}$$

$$(B^{-1})^{-1} = B^{(-1) \times (-1)} = B$$

Maka $A = B.C$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 13 & 23 \end{pmatrix}$$

Jawabannya adalah A.

23. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ -4 & -10 \end{pmatrix}$ dan $A^2 = x.A + y.B$, maka nilai $xy = \dots\dots\dots$

- A. -4 B. -1 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$ E. 2

Jawaban :

$$A^2 = x.A + y.B$$

$$A.A = x.A + y.B$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = x \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} + y \cdot \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ -4 & -10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2.2 + 3.(-1) & 2.3 + 3.(-2) \\ -1.2 + (-2).(-1) & -1.3 + (-2).(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x & 3x \\ -x & -2x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6y & 12y \\ -4y & -10y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + 6y & 3x + 12y \\ -x - 4y & -2x - 10y \end{pmatrix}$$

Buat persamaan :

■ Sistem eliminasi:

$$2x + 6y = 1 \Rightarrow x3 \Rightarrow 6x + 18y = 3$$

$$3x + 12y = 0 \Rightarrow x2 \Rightarrow \underline{6x + 24y = 0} -$$

$$-6y = 3$$

$$y = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

■ Sistem substitusi :

$$2x + 6y = 1$$

$$2x + 6 - - = 1$$

$$2x - 3 = 1$$

$$2x = 3 + 1$$

$$2x = 4$$

$$x = - = 2$$

Maka $x \cdot y = 2 \cdot - = -1$.

Jawabannya adalah A.

24. Rumus suku ke-n barisan bilangan 20, 17, 14, 11, ... adalah

- A. $23 - 3n$ C. $17 + 3n$
B. $23n - 3$ D. $17n + 3$

Kunci jawaban: A

Pembahasan

Beda tiap suku pada barisan bilangan tersebut adalah - 3.

$$\text{Suku pertama (20)} \quad \rightarrow \quad (-3 \times 1) + 23$$

$$\text{Suku kedua (17)} \quad \rightarrow \quad (-3 \times 2) + 23$$

$$\text{Suku ketiga (14)} \quad \rightarrow \quad (-3 \times 3) + 23$$

$$\text{Suku keempat (11)} \quad \rightarrow \quad (-3 \times 4) + 23$$

$$\text{Jadi, suku ke-n} \quad \rightarrow \quad (-3 \times n) + 23 = -3n + 23, \text{ atau } 23 - 3n.$$

25. Suatu jenis bakteri, setiap detik akan membelah diri menjadi dua. Jika pada saat permulaan ada 5 bakteri, waktu yang diperlukan bakteri supaya menjadi 320 adalah

- a. 5 detik
b. 6 detik
c. 7 detik
d. 16 detik
e. 20 detik

Penyelesaian :

Deret geometri

$$r = 2 \text{ dan } a = 5$$

$$U_n = ar^n$$

$$320 = 5 \cdot 2^n \Rightarrow 64 = 2^n$$

$$2^6 = 2^n \Rightarrow \text{jadi } n=6 \text{ detik}$$

Jawaban : 6 detik

26. Sebuah bola jatuh dari ketinggian 10 m dan memantul kembali dengan ketinggian $\frac{3}{4}$ kali tinggi sebelumnya, begitu seterusnya hingga bola berhenti.

Jumlah seluruh lintasan bola adalah

- a. 65 m
- b. 70 m
- c. 75 m
- d. 77 m
- e. 80 m

Penyelesaian :

Deret geometri $a = 10$ m, $r = \frac{3}{4}$

Lintasan bola bolak balik kecuali saat jatuh pertama \Rightarrow maka jumlah seluruh lintasannya ialah :

$$S = 2 \cdot S_n - a$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{a}{1-r} \right) - a$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{10}{1-\frac{3}{4}} \right) - 10$$

$$= 70 \text{ m}$$

Jawaban :

B. 70 m

27. Suku ke-5 sebuah deret aritmatika adalah 11 dan jumlah nilai suku ke-8 dengan suku ke-12 sama dengan 52.

Jumlah 8 suku pertama deret tersebut ialah

- a. 68
- b. 72
- c. 76
- d. 80
- e. 84

Penyelesaian :

$$U_8 + U_{12} = 52$$

$$(a+7b)+(a+11b) = 52$$

$$2a+18b = 52$$

$$1a+9b = 26 \dots \dots \dots (1)$$

$$U_5 = a + 4b = 11 \dots \dots \dots (2)$$

$$1a + 9b = 26$$

$$1a + 4b = 11 \quad -$$

$$5b = 15 \Rightarrow b = 3$$

$$1a + 4b = 11 \rightarrow 1a + 4 \cdot 3 = 11 \rightarrow a = -1$$

$$\text{Maka : } S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

$$S_8 = 4(2(-1) + (8-1)3) = 4(-2 + 21) = 76$$

Jawaban :

A.76

28. Jika tiga bilangan q,s, dan t membentuk barisan geometri, maka $\frac{q+s}{q+2s+t} = \dots$

$$a. \frac{q}{q+t} \qquad c. \frac{s}{q+s}$$

$$b. \frac{s}{s+t} \qquad d. \frac{q}{s+t}$$

Penyelesaian :

$$U_n = a \cdot r^{n-1}, \quad q, s, t \rightarrow \text{geometri}$$

$$s = qr$$

$$t = qr^2 = sr$$

$$r = \frac{t}{s}$$

$$\frac{q+s}{q+2s+t} = \frac{q+qr}{q+2qr+qr^2} = \frac{1+r}{1+2r+r^2} =$$

$$\frac{1+r}{(1+r)^2} = \frac{1}{1+r} = \frac{1}{1+\frac{t}{s}} = \frac{1}{\frac{(s+t)}{s}} = \frac{s}{s+t}$$

Jawaban :

$$B. \frac{s}{s+t}$$

29. Jumlah 101 bilangan genap berurutan adalah 13130 jumlah bilangan terkecil yang pertama dari bilangan-bilangan genap tersebut adalah

- a. 96
- b. 102
- c. 108
- d. 114
- e. 120

Penyelesaian :

Deret aritmatika :

$$n = 101 \quad b = 2 \quad S_n = 13130$$

maka :

$$S_n = \frac{n}{2}(2a+(n-1)b)$$

$$13130 = \frac{101}{2}(2a+100.2)$$

$$130 = a+100$$

$$a = 30$$

$$\begin{aligned} \text{jadi 3 bilangan terkecil} &= 30 + 32 + 34 \\ &= 96 \end{aligned}$$

Jawaban : A. 96

30. Misalkan U_n menyatakan suku ke- n suatu barisan geometri. Jika diketahui $U_5 = 12$ dan $\log U_4 + \log U_5 - \log U_6 = \log 3$, maka nilai U_4 adalah

- a. 12
- b. 10
- c. 8
- d. 6
- e. 4

Penyelesaian :

U_n = suku ke- n suatu barisan geometri

$\log U_4 + \log U_5 - \log U_6 = \log 3$, maka

$$: \log ar^3 + \log ar^4 - \log ar^5 = \log 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{ar^3 \cdot ar^4}{ar^5} = \log 3$$

$$\Leftrightarrow ar^2 = 3$$

Diketahui $U_5 = 12 \Leftrightarrow ar^4 = 12$,

sehingga $ar^2 \cdot r^2 = 12 \Leftrightarrow 3r^2 = 12 \Leftrightarrow$

$r^2 = 4$ sehingga $r = 2$

diperoleh $U_4 = \frac{U_5}{r} = \frac{12}{2} = 6$

Jawaban : D. 6

31. Misalkan U_n menyatakan suku ke- n suatu barisan geometri. Jika diketahui $U_6=64$ dan $\log U_2 + \log U_3 + \log U_4 = 9 \log 2$, maka nilai U_3 adalah

- a. 8
- b. 6
- c. 4
- d. 2
- e. 1

Penyelesaian :

U_n = suku ke- n suatu barisan geometri

$$\log U_2 + \log U_3 + \log U_4 = 9 \log 2,$$

maka $\log ar + \log ar^2 + \log ar^3 = 9 \log 2$

$$\Leftrightarrow \log a^3 r^6 = \log 2^9$$

$$\Leftrightarrow a^3 r^6 = 2^9 \Leftrightarrow (ar^2)^3$$

= 8 sehingga $ar^2 = 2^3 = 8$ atau U_3

= 8

Jawaban : A. 8

32. Sebuah deret dengan suku ke- n adalah a_n memiliki jumlah suku pertama $5n^2 + 3n$. Nilai a_2

$$+ a_5 + a_8 + \dots + a_{20} =$$

.... a. 726

b. 736

c. 746

d. 756

e. 766

Penyelesaian :

$$S_n = 5n^2 + 3n$$

$$U_n = 10n - 2, \text{ maka :}$$

$$a_2 + a_5 + a_8 + \dots + a_{20}$$

$$= 18 + 48 + 78 + \dots + 198$$

$$= \frac{7}{2}(18+198)$$

$$= 756$$

Jawaban :

d. 756

33. Diketahui suatu deret geometri tak hingga dengan suku awal a dan rasio r . jika jumlah suku awal dan rasio sama dengan 6 dan jumlah semua suku-sukunya sama dengan 5, maka

$\frac{a}{r}$ adalah

a. -20

b. 25

c. $\frac{5}{6}$

d. $-\frac{1}{25}$

e. -25

Penyelesaian :

$$a + r = 6 \iff a = 6 - r$$

$$\frac{a}{1-r} = 5$$

$$a = 5 - 5r$$

$$6 - r = 5 - 5r$$

$$4r = -1 \iff r = -\frac{1}{4}$$

$$a = 6 - \left(-\frac{1}{4}\right) = 6\frac{1}{4}$$

$$\frac{a}{r} = \frac{6\frac{1}{4}}{-\frac{1}{4}} = -25$$

Jawaban : e. -25

34. Hitung apakah benar $|x-2| \leq 2 \Rightarrow |x^2-4| \leq 10$

Jawab :

$$\begin{aligned}|x^2-4| &= |(x-2)(x+2)| \\ &= |2(x+2)| \\ &= 2|x+2| \leq 10\end{aligned}$$

35. Hitung apakah benar $|x-2| \leq 2 \Rightarrow |2x+3| \leq 10$

Jawab :

$$\begin{aligned}|2x+3| &= |x+5|+|x-2| \\ &= 2|x+5| \leq 10 \\ &= |x+5| \leq 10-2 \\ &= x+5 \leq 8\end{aligned}$$

36. Tentukan himpunan penyelesaian dari $|x+7| < 9$

Jawab :

$$\begin{aligned}-9 &< x+9 < 9 \\ -9-9 &< x < 9-9 \\ -18 &< x < 0\end{aligned}$$

Maka, himpunan penyelesaiannya adalah $\{x/ -18 < x < 0\}$.

37. Tentukan himpunan penyelesaian dari $|x+3| \leq |2x-3|$

Jawab :

$$\begin{aligned}|x+3| &\leq |2x-3| \\ (x+3)^2 &- (2x-3)^2 \leq 0 \\ (x+3+2x-3)(x+3-2x+3) &\leq 0 \\ x(6-x) &\leq 0\end{aligned}$$

Maka, himpunan penyelesaiannya adalah $\{x/x \leq 0 \text{ atau } x \geq 6\}$.

38. Diketahui $f(x)=3x-4$ dan $g(x) = 2x + p$. Apabila $f \circ g = g \circ f$, maka nilai p adalah..

- a. 4 b. 2 c. 1 d. -2 e. -4

Pembahasan

$$(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$$

$$f(g(x)) = g(f(x))$$

$$f(2x + p) = g(3x - 4)$$

$$3(2x + p) - 4 = 2(3x - 4) + p$$

$$6x + 3p - 4 = 6x - 8 + p$$

$$2p = -4$$

$$p = -2$$

Jawaban : d

39. Diketahui fungsi f dan g yang dirumuskan oleh $f(x) = 3x^2 - 4x + 6$ dan $g(x) = 2x - 1$. Jika nilai $(f \circ g)(x) = 101$ maka nilai x yang memenuhi adalah....

a. $3\frac{2}{3}$ dan -2

b. $-3\frac{2}{3}$ dan 2

c. $\frac{3}{11}$ dan 2

d. $-3\frac{2}{3}$ dan -2

e. $-\frac{3}{11}$ dan -2

Pembahasan

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 6 \text{ dan } g(x) = 2x - 1$$

$$\Leftrightarrow (f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$\Leftrightarrow (f \circ g)(x) = f(2x - 1)$$

$$\Leftrightarrow 101 = 3(2x - 1)^2 - 4(2x - 1) + 6$$

$$\Leftrightarrow 101 = 3(4x^2 - 4x + 1) - 8x + 4 + 6$$

$$\Leftrightarrow 101 = 12x^2 - 12x + 3 - 8x + 4 + 6$$

$$\Leftrightarrow 101 = 12x^2 - 20x + 13$$

$$\Leftrightarrow 0 = 12x^2 - 20x - 88$$

$$\Leftrightarrow 0 = 3x^2 - 5x - 22$$

$$\Leftrightarrow 0 = (3x - 11)(x + 2)$$

$$x = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3} \text{ atau } x = -2$$

Jawaban : a.

40. Diketahui fungsi $f(x) = 6x - 3$, $g(x) = 5x + 4$ dan $(f \circ g)(a) = 81$. Nilai a =

a. -2

b. -1

- c. 1
- d. 2

Pembahasan :

$f(x) = 6x - 3$, $g(x) = 5x + 4$ maka $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

$$\Leftrightarrow (f \circ g)(x) = f(5x + 4)$$

$$\Leftrightarrow (f \circ g)(x) = 6(5x + 4) - 3$$

$$\Leftrightarrow (f \circ g)(x) = 30x + 24 - 3$$

$$\Leftrightarrow (f \circ g)(x) = 30x + 21$$

$$\Leftrightarrow (f \circ g)(a) = 30a + 21$$

$$\Leftrightarrow 81 = 30a + 21$$

$$\Leftrightarrow 60 = 30a$$

$$\Leftrightarrow a = 2$$

Jawaban : d.

51. Hasil dari $16 \int (x + 3) \cos (2x - \pi) dx = \dots$
- A. $8(2x + 6) \sin (2x - \pi) + 4 \cos (2x - \pi) + C$
 - B. $8(2x + 6) \sin (2x - \pi) - 4 \cos (2x - \pi) + C$
 - C. $8(x + 3) \sin (2x - \pi) + 4 \cos (2x - \pi) + C$
 - D. $8(x + 3) \sin (2x - \pi) - 4 \cos (2x - \pi) + C$
 - E. $8(x + 3) \sin (2x - \pi) + 4 \sin (2x - \pi) + C$

Jawaban :

$$\int (x + 3) \cos (2x - \pi) dx = \dots$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

u **dv**

Misalkan $(x + 3)$ adalah u , dan sisanya, $\cos (2x - \pi) dx$ sebagai dv ,

$$u = (x + 3) \dots \dots \dots \text{(Persamaan 1)}$$

$$dv = \cos (2x - \pi) dx \dots \dots \dots \text{(Persamaan 2)}$$

Langkah pertama selesai, kita lihat lagi rumus dasar integral parsial:

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

Dari persamaan 1, untuk menentukan du , caranya turunkan u nya,

$$u = (x + 3)$$

$$du/dx = 1$$

$$du = dx$$

Dari persamaan 2, untuk menentukan v,

$$dv = \cos(2x - \pi) dx$$

atau

$$dv/dx = \cos(2x - \pi)$$

dv/dx artinya turunan dari v adalah $\cos(2x - \pi)$, untuk mendapatkan v, berarti kita harus integralkan $\cos(2x - \pi)$ jika lupa, tengok lagi cara integral fungsi trigonometri,

$$v = \int \cos(2x - \pi) dx = 1/2 \sin(2x - \pi) + C$$

Kita rangkum lagi :

$$u = (x + 3)$$

$$v = 1/2 \sin(2x - \pi)$$

$$du = dx$$

Saatnya kembali ke rumus dasar, masukkan nilai-nilai yang sudah dicari tadi:

$$16 \int (x + 3) \cos(2x - \pi) dx$$

Simpan dulu 16 nya, terakhir nanti hasilnya baru di kali 16

$$= uv - \int v du$$

$$= (x + 3) 1/2 \sin(2x - \pi) - \int 1/2 \sin(2x - \pi) du$$

$$= 1/2 (x + 3) \sin(2x - \pi) - \int 1/2 \sin(2x - \pi) dx$$

$$= 1/2 (x + 3) \sin(2x - \pi) - 1/2 \{ -1/2 \cos(2x - \pi) \}$$

$$= 1/2 (x + 3) \sin(2x - \pi) + 1/4 \cos(2x - \pi)$$

kalikan 16, tambahkan + C nya

$$= 16 \{ 1/2 (x + 3) \sin(2x - \pi) + 1/4 \cos(2x - \pi) \} + C$$

$$= 8 (x + 3) \sin(2x - \pi) + 4 \cos(2x - \pi) + C$$

Jawabannya adalah C.

57. Hasil dari $\int 6x(3x - 1)^{-1/3} dx = \dots$

A. $3x(3x - 1)^{2/3} - 3/5 (3x - 1)^{5/3} + C$

B. $4x(3x - 1)^{2/3} - 6/5 (3x - 1)^{5/3} + C$

C. $9x(3x - 1)^{2/3} - 6/5 (3x - 1)^{5/3} + C$

D. $4x(3x - 1)^{2/3} - 3/5 (3x - 1)^{5/3} + C$

E. $3x(3x - 1)^{2/3} - 6/5 (3x - 1)^{5/3} + C$

Jawaban :

$$\int 6x(3x - 1)^{-1/3} dx$$

Turunkan	Integralkan
6x (+)	$(3x - 1)^{-\frac{1}{3}}$
6 (-)	$\frac{1}{2}(3x - 1)^{\frac{2}{3}}$
0	$\frac{1}{10}(3x - 1)^{\frac{5}{3}}$

Masukkan kedalam rumus :

$$\begin{aligned} \int u dv &= uv - \int v du \\ &= 6x \left(\frac{1}{2} (3x - 1)^{2/3} \right) - (6) \left(\frac{1}{10} (3x - 1)^{5/3} \right) + C \\ &= 3x (3x - 1)^{2/3} - 6/10 (3x - 1)^{5/3} + C \end{aligned}$$

Jawabannya adalah A.

58. Hasil dari $\int (3x + 2) \cos(3x + 2) dx = \dots$

- A. $(3x + 2) \sin(3x + 2) - 3 \sin(3x + 2) + C$
- B. $(3x + 2) \sin(3x + 2) + 3 \sin(3x + 2) + C$
- C. $(2 - 3x) \sin(3x + 2) - 3 \cos(3x + 2) + C$
- D. $(x + 2/3) \sin(3x + 2) - 1/3 \cos(3x + 2) + C$
- E. $(x + 2/3) \sin(3x + 2) + 1/3 \cos(3x + 2) + C$

Jawaban :

$$\int (3x + 2) \cos(3x + 2) dx$$

Turunkan	Integralkan
3x + 2	$\cos(3x + 2)$
3	$\frac{1}{3} \sin(3x + 2)$
0	$-\frac{1}{9} \cos(3x + 2)$

Masukkan kedalam rumus :

$$\begin{aligned} &= (3x + 2) \frac{1}{3} \sin(3x + 2) + (3) \frac{1}{9} \cos(3x + 2) + C \\ &= (x + 2/3) \sin(3x + 2) + 1/3 \cos(3x + 2) + C \end{aligned}$$

Jawabannya adalah E

59. $\int_0^{\pi} x \cos x \, dx = \dots$

- A. - 2
- B. - 1
- C. 0
- D. 1
- E. 2

Jawaban :

$\int_0^{\pi} x \cos x \, dx$

Turunkan		Integralkan
x	+	$\cos x$
1	-	$\sin x$
0		$-\cos x$

$= x \sin x + \cos x]_0^{\pi}$

$= [\pi \sin \pi + \cos \pi] - [(0) \sin 0 + \cos 0]$

$= -1 - 1 = -2$

Jawabannya adalah A.

60. Carilah luas kurva $y = x^2 + 1$ di antara garis $x=0$, $x=4$ dan sumbu x .

Jawaban

$$\begin{aligned} \int_0^4 (x^2 + 1) \, dx &= \left[\frac{1}{3}x^3 + x \right]_0^4 \\ &= \frac{1}{3} \cdot 4^3 + 4 - \left(\frac{1}{3} \cdot 0^3 + 0 \right) \\ &= \frac{64}{3} + \frac{12}{3} - 0 \\ &= \frac{76}{3} \\ &= 25\frac{1}{3} \text{ satuan} \end{aligned}$$

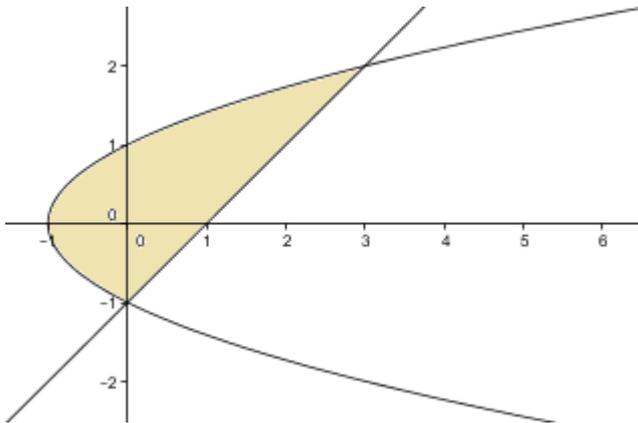
61. Tentukanlah luas yang dibentuk oleh $y = \sin x$, $y = 1$, $x = 0$ dan terletak di kuadran

Jawaban:

Kuadran 1 artinya batas integral mulai dari $0 - \frac{\pi}{2}$

$$\begin{aligned}\text{Luas kurva} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx \\ &= [-\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= -\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - (-\cos 0) \\ &= 0 + 1 \\ &= 1\end{aligned}$$

62. Carilah luas yang diarsir dari gambar dibawah ini. Persamaan garisnya adalah $y^2 = x + 1$ dan $x - y = 1$.



Jawaban :

Supaya lebih mudah, lebih baik kita menghitung luas kurva terhadap sumbu y.

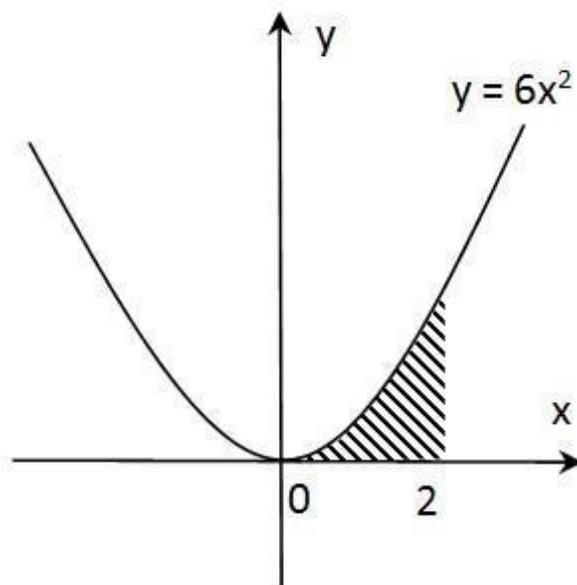
Sesuaikan persamaan kurva sehingga menjadi $x = y^2 - 1$ dan $x = y + 1$, lalu cari titik potong nya.

$$\begin{aligned}y^2 - 1 &= y + 1 \\ y^2 - y - 1 - 1 &= 0 \\ y^2 - y - 2 &= 0 \\ (y - 2)(y + 1) &= 0 \\ y_1 &= 2 \\ x_1 &= 2 + 1 \\ &= 3 \\ y_2 &= -1 \\ x_2 &= -1 + 1 \\ &= 0\end{aligned}$$

Lakukan Integral dari kurva kanan dikurang kurva kiri. Gunakan batas integral dari -1 sampai 2.

$$\begin{aligned}
 \text{Luas Kurva} &= \int_{-1}^2 y + 1 - (y^2 - 1) dy \\
 &= \int_{-1}^2 y + 1 - y^2 + 1 dy \\
 &= \int_{-1}^2 2 + y - y^2 dy \\
 &= \left[2y + \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{3}y^3 \right]_{-1}^2 \\
 &= 2(2) + \frac{1}{2}(2)^2 - \frac{1}{3}(2)^3 - \left[2(-1) + \frac{1}{2}(-1)^2 - \frac{1}{3}(-1)^3 \right] \\
 &= 4 + 2 - \frac{8}{3} - \left[-2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right] \\
 &= 6 - \frac{8}{3} + 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \\
 &= 8 - \frac{9}{3} - \frac{1}{2} \\
 &= 8 - 3 - \frac{1}{2} \\
 &= 5 - \frac{1}{2} \\
 &= 4\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

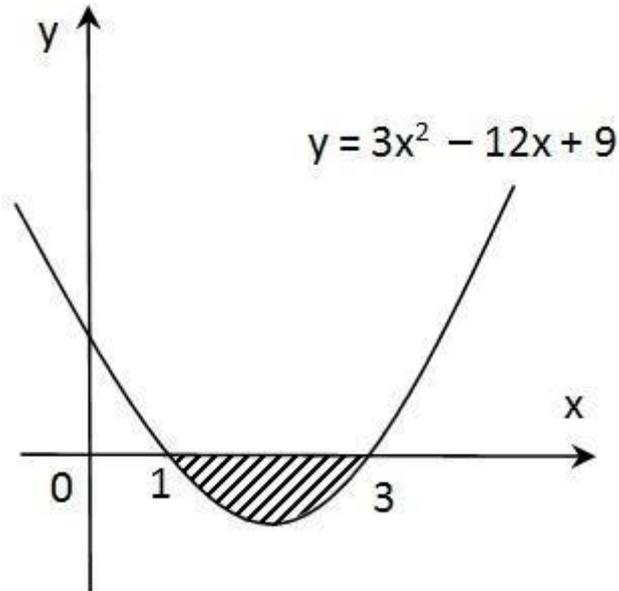
63. Tentukan luas daerah yang diarsir !



Jawaban :

$$L = \int_0^2 6x^2 dx = 2x^3 \Big|_0^2 = 2 \cdot 2^3 - 2 \cdot 0^3 = 16 - 0 = 16$$

64. Carilah luas daerah yang diarsir !



Jawaban :

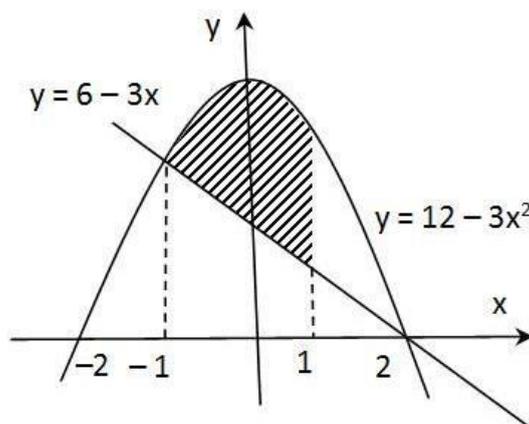
$$L = -\int () \int ()$$

$$L = -x^3 + 6x^2 - 9x \Big|_1^3$$

$$L = -3^3 + 6 \cdot 3^2 - 9 \cdot 3 - (-1^3 + 6 \cdot 1^2 - 9 \cdot 1)$$

$$L = -27 + 54 - 27 - (-1 + 6 - 9) = 0 - (-4) = 4$$

65. Luas daerah yang diarsir adalah ...



Jawaban :

$$L = \int_{-1}^1 (6 + 3x - 3x^2) dx$$

$$L = 6x + \frac{3}{2}x^2 - x^3 \Big|_{-1}^1$$

$$L = 6 \cdot 1 + \frac{3}{2} \cdot 1^2 - 1^3 - \left(6 \cdot (-1) + \frac{3}{2} \cdot (-1)^2 - (-1)^3 \right)$$

$$L = 6 + \frac{3}{2} - 1 - \left(-6 + \frac{3}{2} + 1 \right) = 10$$