

CONTOH SOAL TEOREMA SISA POLINOMIAL

MATEMATIKA KELAS 11

KURSIGURU.COM

Contoh soal 1 :

Suku banyak $f(x)$ jika dibagi oleh $x^2 - 7x + 12$ sisanya adalah $2x + 7$. Tentukan sisanya jika $f(x)$ dibagi oleh $x - 4$

Jawab :

berdasarkan teorema sisa

yang dibagi = pembagi \times hasil bagi + sisa

Karena hasil bagi tidak ada di soal maka bisa kita misalkan $h(x)$

$$f(x) = (x^2 - 7x + 12) h(x) + 2x + 7$$

$$f(x) = (x - 3)(x - 4) h(x) + 2x + 7$$

Yang ditanyakan di soal ini adalah jika $f(x)$ dibagi 4 sisanya berapa. Sesuai aturan, sisa yang kita cari adalah $f(4)$ sehingga kita tinggal mensubstitusikan 4 ke dalam $f(x)$

$$f(4) = (4 - 3)(4 - 4) + 2 \cdot 4 + 7 = 0 + 8 + 7 = 15$$

Jadi sisanya adalah 15

Contoh soal 2 :

Suku banyak $f(x)$ jika dibagi $x - 5$ sisanya adalah 24, sedangkan jika dibagi $x - 7$ sisanya adalah 30. Tentukan sisanya jika $f(x)$ dibagi oleh $x^2 - 12x + 35$

Jawab :

$$f(x) : (x - 5) \text{ sisa} = 24 \implies f(5) = 24$$

$$f(x) : (x - 7) \text{ sisa} = 30 \implies f(7) = 30$$

$f(x) : (x^2 - 12x + 35)$ sisanya bisa dimisalkan $px + q$ sedangkan hasil bagi bisa dimisalkan $k(x)$

Sesuai teorema sisa

yang dibagi = pembagi \times hasil bagi + sisa

$$f(x) = (x^2 - 12x + 35) k(x) + px + q$$

$$f(x) = (x - 7)(x - 5) k(x) + px + q$$

dengan mensubstitusikan nilai $x = 7$ dan $x = 5$ maka

$$f(7) = 7p + q = 30$$

$$f(5) = 5p + q = 24 \quad _$$

$$\cdot \quad 2p = 6 \implies p = 3$$

$$5p + q = 24$$

$$15 + q = 24 \implies q = 9$$

Jadi sisanya adalah $px + q = 3x + 9$

Contoh soal 3 :

Suku banyak $f(x)$ jika dibagi $3x - 1$ sisanya adalah 10, sedangkan jika dibagi $2x + 3$ sisanya adalah -1. Tentukan sisanya jika $f(x)$ dibagi oleh $6x^2 + 7x - 3$

Jawab :

$$f(x):(3x - 1) \text{ sisa} = 10 \implies f(1/3) = 10$$

$$f(x):(2x + 3) \text{ sisa} = -1 \implies f(-3/2) = -1$$

$f(x) : (6x^2 + 7x - 3)$ sisanya bisa dimisalkan $mx + n$ sedangkan hasil bagi bisa dimisalkan $p(x)$

Menurut teorema sisa

yang dibagi = pembagi \times hasil bagi + sisa

Jadi

$$f(x) = (6x^2 + 7x - 3)p(x) + mx + n$$

$$f(x) = (3x - 1)(2x + 3)p(x) + mx + n$$

Dengan mensubstitusi $x = 1/3$ dan $x = -3/2$ maka

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}m + n = 10$$

$$f\left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{2}m + n = -1$$

dengan mengurangkan kedua persamaan maka diperoleh :

$$\frac{1}{3}m + \frac{3}{2}m = 11$$

Jika kedua ruas dikali 6 maka

$$2m + 9m = 66$$

$$11m = 66$$

$$m = 6$$

Kembali ke persamaan pertama :

$$\frac{1}{3}m + n = 10$$

$$2 + n = 10$$

$$n = 8$$

Jadi, sisanya adalah

$$mx + n = 6x + 8$$

Contoh Soal 4 :

Jika suku banyak $f(x)$ dibagi oleh $x - 1$, $x + 1$ dan $x - 2$ masing-masing sisanya adalah 24, 32 dan 26. Tentukan sisanya jika $f(x)$ dibagi oleh $x^3 - 2x^2 - x + 2$

Jawab :

$$f(x) : (x-1) \text{ sisa} = 24 \implies f(1) = 24$$

$$f(x) : (x+1) \text{ sisa} = 32 \implies f(-1) = 32$$

$$f(x) : (x-2) \text{ sisa} = 26 \implies f(2) = 26$$

Ketika $f(x) : (x^3 - 2x^2 - x + 2)$ maka sisanya bisa dimisalkan $px^2 + qx + r$ sedangkan hasilbagi kita misalkan $g(x)$

Pembagi bisa kita faktorkan sebagai berikut

$$\begin{aligned} x^3 - 2x^2 - x + 2 &= x^2(x-2) - 1(x-2) \\ &= (x^2 - 1)(x-2) \\ &= (x+1)(x-1)(x-2) \end{aligned}$$

Sesuai teorema sisa maka

yang dibagi = pembagi x hasil bagi + sisa

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x-2)g(x) + px^2 + qx + r$$

Dengan mensubstitusikan $x = -1$, $x = 1$, dan $x = 2$ maka

$$f(-1) = p - q + r = 32 \dots\dots\dots(1)$$

$$f(1) = p + q + r = 24 \dots\dots\dots(2)$$

$$f(2) = 4p + 2q + r = 26 \dots\dots\dots(3)$$

Jika persamaan (2) dikurangi persamaan (1) maka

$$2q = -8 \text{ maka } q = -4 \dots\dots\dots(4)$$

Jika persamaan (3) dikurangi persamaan (2) maka

$$3p + q = 2$$

$$3p - 4 = 2$$

$$3p = 6 \text{ maka } p = 2 \dots\dots\dots(5)$$

Kembali ke persamaan (2)

$$p + q + r = 24$$

$$2 - 4 + r = 24$$

$$r = 26 \dots\dots\dots(6)$$

Jadi, sisanya adalah $px^2 + qx + r = 2x^2 - 4x + 26$

Contoh Soal 5 :

Suku banyak $g(x)$ dan $h(x)$ jika dibagi oleh $x - 9$ masing-masing sisanya adalah 25 dan 40. Jika $f(x) = g(x)h(x)$ maka sisa pembagian $f(x)$ oleh $x - 9$ adalah ...

Jawab :

$$g(x):(x - 9) \text{ sisa} = 25 \implies g(9) = 25$$

$$h(x):(x - 9) \text{ sisa} = 40 \implies h(9) = 40$$

diketahui $f(x) = g(x)h(x)$

$$\text{maka } f(9) = g(9)h(9) = 25 \cdot 40 = 1.000$$

Jadi, jika $f(x)$ dibagi oleh $x - 9$ sisanya adalah 1.000

Contoh Soal 6 :

Suku banyak $p(x)$ jika dibagi oleh $x^2 - 5x$ sisanya adalah $2x + 6$. Suku banyak $q(x)$ jika dibagi $x^2 - 9x + 20$ sisanya adalah $3x + 5$. Jika $g(x) = p(x) + q(x)$ maka sisa pembagian $g(x)$ oleh $x - 5$ adalah

Jawab :

$$p(x):(x^2 - 5x) \text{ sisa} = 2x + 6$$

$$q(x):(x^2 - 9x + 20) \text{ sisa} = 3x + 5$$

Berdasarkan teorema sisa

yang dibagi = pembagi x hasil bagi + sisa

$$p(x) = (x^2 - 5x)h(x) + 2x + 6$$

$$q(x) = (x^2 - 9x + 20)k(x) + 3x + 5$$

maka

$$p(5) = (25 - 25) h(5) + 10 + 6 = 0 + 16 = 16$$

$$q(5) = (25 - 45 + 20) k(5) + 15 + 5 = 0 + 20 = 20$$

Dari soal diketahui $g(x) = p(x) + q(x)$

sehingga

$$g(5) = p(5) + q(5) = 16 + 20 = 36$$

Jadi, ketika $g(x)$ dibagi $(x - 5)$ sisanya adalah 36

Contoh Soal 7 :

Suku banyak $u(x)$ jika dibagi $x - 1$ dan $x - 5$ sisanya adalah 4 dan 8. Suku banyak $v(x)$ jika dibagi $x - 1$ dan $x - 5$ sisanya 7 dan 5. Tentukan sisanya jika $f(x) = u(x)v(x)$ dibagi oleh $x^2 - 6x + 5$.

Jawab :

$$u(x) : (x - 1) \text{ sisa} = 4 \implies u(1) = 4$$

$$u(x) : (x - 5) \text{ sisa} = 8 \implies u(5) = 8$$

$$v(x) : (x - 1) \text{ sisa} = 7 \implies v(1) = 7$$

$$v(x) : (x - 5) \text{ sisa} = 5 \implies v(5) = 5$$

$$f(x) = u(x)v(x)$$

$$f(1) = u(1)v(1) = 4 \cdot 7 = 28$$

$$f(5) = u(5)v(5) = 8 \cdot 5 = 40$$

Pertanyaan

Jika $f(x)$ dibagi oleh $x^2 - 6x + 5$ maka sisanya = ?

Misalkan sisa = $mx + n$

Menurut teorema sisa

yang dibagi = pembagi \times hasil bagi + sisa

$$f(x) = (x^2 - 6x + 5) h(x) + mx + n$$

$$f(x) = (x - 5)(x - 1) h(x) + mx + n$$

$$f(5) = 5m + n = 40$$

$$f(1) = m + n = 28$$

$$4m = 12 \text{ maka } m = 3$$

$$m + n = 28$$

$$3 + n = 28$$

$$n = 25$$

Jadi jika $f(x)$ dibagi oleh $x^2 - 6x + 5$ sisanya $3x + 25$

Contoh Soal 8 :

Suku banyak $g(x)$ dan $h(x)$ jika dibagi oleh $x^2 - x - 6$ sisanya adalah $x + 3$ dan $2x - 1$. Tentukan sisanya jika $f(x)=g(x)h(x)$ dibagi oleh $x^2 - x - 6$

Jawab :

$$\text{Pembagi} = x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$$

$$g(x):(x - 3)(x + 2) \text{ sisa} = x + 3$$

$$h(x):(x - 3)(x + 2) \text{ sisa} = 2x - 1$$

dengan teorema sisa

yang dibagi = pembagi \times hasil bagi + sisa

$$g(x)=(x - 3)(x + 2)k(x) + x + 3$$

$$h(x)=(x - 3)(x + 2)m(x) + 2x - 1$$

sehingga diperoleh

$$g(3) = 6 \text{ dan } g(-2) = 1$$

$$h(3) = 5 \text{ dan } h(-2) = -5$$

Karena $f(x) = g(x)h(x)$ maka

$$f(3) = g(3) h(3) = 6 \cdot 5 = 30$$

$$f(-2) = g(-2) h(-2) = 1 \cdot (-5) = -5$$

misal jika $f(x)$ dibagi $x^2 - x - 6$ sisanya $ax + b$ sehingga

$$f(x) = (x - 3)(x + 2)r(x) + ax + b$$

$$f(3) = 3a + b = 30$$

$$f(-2) = \underline{-2a + b = -5} \quad \dots$$

$$\dots \quad 5a = 35 \quad \implies a = 7$$

$$3a + b = 30$$

$$21 + b = 30 \quad \implies b = 9$$

Jadi, sisanya = $7x + 9$

